Wind-Energie

und ihre Ausnutzung durch Windmühlen

Von

Dipl.-Ing. Dr. Albert Betz

Leiter der Aerodynamischen Versuchsanstalt
zu Göttingen

Mit 46 Abbildungen im Text und auf 4 Tafeln
nebst vielen Tabellen

bona 1735 fide!

Göttingen :: Vandenhoeck & Ruprecht :: 1926

Vorwort.

Als nach dem Kriege unsere Wirtschaft in schwerster Weise unter der allgemeinen Kohlennot litt, lenkte sich die Aufmerksamkeit wieder stark anderen Energiequellen zu. Neben dem energischen Ausbau der Wasserkräfte wurde hauptsächlich auch eine stärkere Heranziehung der Windenergie empfohlen. So wandten sich viele, Berufene und Unberufene, dem Problem der Windkraftausnützung zu, und auch jetzt noch, nachdem die Kohlennot längst überwunden und eher ins Gegenteil umgeschlagen ist, wirkt das einmal geweckte Interesse noch weiter. Einen ganz besonderen Anstoß erhielt dieses Interesse, als die ersten Erfolge des Flettnerschen Rotorschiffes bekannt wurden. Mißverstandene Angaben über die Leistungen der Rotoren erweckten bei vielen erfinderisch veranlagten Menschen die Hoffnung, daß mit diesem neuen Hilfsmittel die Windmühlenfrage auf einen ganz neuen, sehr viel günstigeren Standpunkt gestellt sei. Zahllose Anfragen und Projekte, die mir in dieser Zeit zugingen, zeigten mir, daß bei den meisten dieser Erfindungen die wesentlichsten Gesichtspunkte vollständig außer acht gelassen wurden. Aber auch Fragen, die von ernsthaften Fachleuten gestellt wurden, verrieten mir vielfach den Wunsch und das Bedürfnis nach einer Klärung theoretischer Fragen, die nach dem heutigen Stande der Strömungsforschung durchaus möglich ist.

Alle diese Erfahrungen wiesen darauf hin, daß ein dringendes Bedürfnis vorlag, die Grundlagen der Windausnützung und die wesentlichen dabei auftretenden Gesichtspunkte für weitere Kreise darzustellen. Aber nicht ohne große Bedenken wagte ich mich an diese Aufgabe heran. Hauptsächlich waren es zwei Punkte, welche mir den Entschluß erschwerten, dieses Büchlein zu schreiben. Einmal sagte ich mir, daß bereits La Cour die Windmühlenfrage eingehend untersucht und die Ergebnisse in gemeinverständlicher Form veröffentlicht hat. Wenn dort auch manches dem heutigen Stande der Technik nicht mehr ganz entspricht, so sind doch die allgemeinen Schlüsse, die er aus seinen Versuchen gezogen hat, und die Prinzipien, die er aufgestellt hat, im wesentlichen auch heute noch gültig. Aber dem Leser wird es natürlich schwer fallen, das noch heute Gültige von dem Veralteten zu unterscheiden, und er wird geneigt sein, den Wert der La Cour'schen Arbeit zu unterschätzen, und sich lieber an neuere Angaben halten. Das zweite Hauptbedenken war der Umstand, daß die experimentelle Bearbeitung der Windmühlenprobleme z. Zt. noch nicht so weit fortgeschritten

ist, wie es für die Abfassung der Schrift wünschenswert gewesen wäre. Aber ich mußte mir sagen, daß es schließlich wichtiger ist, das bis jetzt Bekannte zugänglich zu machen, als auf die zuverlässige Beantwortung mancher Fragen zu warten, die vielleicht praktisch nicht einmal so sehr wichtig sind. Ich möchte aber den Leser um Nachsicht bitten, wenn ich ihm nicht über alles mit gleicher Zuverlässigkeit Auskunft geben kann. In der Theorie muß man stets manches vernachlässigen, und vielleicht wird eine genauere experimentelle Forschung zeigen, daß der eine oder andere vernachlässigte Umstand doch etwas mehr Einfluß hat, als man annahm. Große Abweichungen gegenüber dem jetzigen Stand der Theorie dürften aber kaum zu erwarten sein.

Was die Darstellung betrifft, so habe ich mich im allgemeinen bemüht, möglichst wenig Vorkenntnisse vorauszusetzen, um dem Bedürfnis weiter Kreise, die sich für die Windmühlenfrage interessieren, Rechnung zu tragen. Eine strenge Durchführung dieses Gesichtspunktes hätte aber zur Folge gehabt, daß manche Dinge, die in erster Linie den Fachmann interessieren, nicht eingehend genug hätten gebracht werden können. Es schien mir daher richtiger, das Maß der vorausgesetzten Vorkenntnisse dem jeweiligen Gegenstande bezw. dem dafür hauptsächlich interessierten Leserkreise anzupassen. Wenn daher mancher Leser nicht für Alles Interesse hat, so mag er, ohne Schaden für das Verständnis des Übrigen, diese Stellen überschlagen. Eine wesentliche Erleichterung für dieses Auswählen des Stoffes dürften die an den Rand gedruckten Leitsätze bilden.

Den Firmen, welche durch Überlassung von Druckstöcken oder Lichtbildern zur Verschönerung des Heftes beigetragen haben, wie auch dem Verlag und der Druckerei möchte ich an dieser Stelle für ihr bereitwilliges Entgegenkommen meinen besten Dank aussprechen.

Möge das Büchlein Nutzen stiften, indem es dem Konstrukteur Aufklärung über manche Zusammenhänge und einen Anhalt für die Berechnung bietet und indem es den sonstigen Interessenten die Möglichkeit gibt, sich über die wichtigsten Gesichtspunkte zu unterrichten. Wenn das Büchlein außerdem noch den einen oder anderen der vielen auf falschen Anschauungen fußenden Erfinder von der Aussichtslosigkeit seiner Ideen überzeugen und ihn dadurch vor unnötigen Verlusten bewahren sollte, so wäre dies ein Erfolg, den ich ganz besonders begrüßen würde.

Göttingen im Oktober 1925. **Alb. Betz.**

Inhaltsverzeichnis.

1. Der Wind.

Unter der Einwirkung der Sonnenstrahlen wird die Erde an verschiedenen Stellen verschieden stark erwärmt, am Äquator z. B. wesentlich stärker als an den Polen, aber auch an Stellen gleicher geographischer Breite kann die Erwärmung je nach der Beschaffenheit der Erdoberfläche sehr verschieden sein, indem z. B. trockener Boden, man denke an eine Wüste, rascher eine höhere Temperatur annimmt, aber auch rascher wieder abkühlt als etwa große Wasserflächen. Durch all diese Unterschiede entstehen auch in den nahe am Boden befindlichen Schichten der Atmosphäre Temperaturunterschiede, welche das Gleichgewicht stören und eine Bewegung der Luft nach sich ziehen. An den wärmeren Stellen steigt die Luft in die Höhe und kältere Luft fließt am Boden nach. Es ist dies ein ganz ähnlicher Vorgang, wie man ihn in einem Topf mit Wasser beobachten kann, der auf dem Herd erwärmt wird. Auch hier kommt durch die ungleichmäßige Erwärmung das Wasser schon lange bevor es kocht in lebhafte Bewegung, wie man besonders deutlich an etwa darin herumschwimmenden Teilchen beobachten kann. Diese Luftbewegung, die im übrigen durch die Erddrehung und durch Bodenerhebungen wesentlich beeinflußt wird, bezeichnet man als Wind. Die Energie desselben stammt von der Sonne, welche ja, wie wir sahen, durch ungleichmäßige Erwärmung des Bodens die treibende Kraft für diese Luftbewegung liefert.

Der Wind entsteht durch die ungleichmäßige Einwirkung der Sonnenwärme auf die Erdoberfläche.

Nach dem Vorstehenden ist auch einleuchtend, daß die Windverhältnisse je nach der Gegend sehr verschieden sein können. Einmal sind die Erwärmungsverhältnisse des Bodens verschieden, dies macht sich im allgemeinen nur bei weit auseinander liegenden Gebieten bemerkbar, da die großen winderzeugenden Einflüsse nur von großen Gebieten (Polargegend—Tropen oder Festland—Meer) ausgehen. Dann sind aber auch die Einflüsse, welche von der Form des Bodens herrühren, sehr verschieden: durch Gebirgszüge, aber in geringerer Ausdehnung auch schon durch Bäume und Häuser wird der Wind geschwächt, während er auf dem Meere und auf flachen Steppen wesentlich weniger Widerstand findet. So hat fast jede Gegend und fast jeder Ort verschiedene Windverhältnisse.

Die Windverhältnisse sind sehr verschieden nach Ort und Zeit.

Außer vom Orte hängt der Wind auch sehr stark von der Zeit ab. Seine Erzeugung durch die Sonnenwärme bedingt seine Abhängigkeit von der Tageszeit und von der Jahreszeit. Der Einfluß der Tageszeit ist je nach der örtlichen Lage sehr verschieden. Die Jahreszeit macht sich über größere Gebiete gleichmäßiger geltend, so daß man hierüber etwas allgemeinere Angaben machen kann. In der Tabelle 1 (Anhang S. 55) ist die Häufigkeit von Windgeschwindigkeiten nach Jahreszeiten getrennt für einige Orte angegeben [1]). Die mittlere Häufigkeit für das ganze Jahr ist für Berlin außerdem in Abb. 1 (Anhang S. 58) zusammengestellt.

Die Windstärke nimmt mit der Höhe zu.

Durch die Reibung am Boden, wozu noch die hemmenden Einflüsse von Unebenheiten, Bäumen, Gebäuden und dergl. kommen, wird die Geschwindigkeit des Windes abgebremst. Dieser Einfluß ist umso größer, je näher man am Boden ist. Daher nimmt die Windgeschwindigkeit nach dem Boden hin ab. Unmittelbar am Boden ist sie Null, sie wächst dann zunächst rasch, später langsamer mit der Höhe an. Diese Abbremsung des Windes am Boden hat im Zusammenhang mit der Erdumdrehung auch eine Ablenkung der Windrichtung zur Folge. Infolgedessen dreht sich die Windrichtung mit zunehmender Höhe in der Richtung Nord-Ost-Süd-West-Nord. Abb. 2 (Anhang) zeigt den durchschnittlichen Verlauf der Geschwindigkeitszunahme mit der Höhe [2]), wobei aber zu bemerken ist, daß dieser Verlauf sehr stark von der Bodenbeschaffenheit abhängt. Über glattem Boden nimmt die Geschwindigkeit rascher zu als über rauhem, etwa mit Hügeln, Wald, Häusern besetztem Gelände. Die starke Abhängigkeit der Windstärke von der Höhe macht einen einwandfreien Vergleich der Windverhältnisse an verschiedenen Orten sehr schwierig. Alle Angaben über Windstärken am Boden können daher nur als rohe Anhaltspunkte dienen.

2. Grundprinzipien der Windausnutzung.

a) Arbeit und Arbeitsvermögen.

Der Wind kann Arbeit leisten. Wenn er stark genug ist, bricht er Bäume ab oder wirft Gebäude um. Der Mensch sucht sich diese Fähigkeit des Windes nutzbar zu machen und läßt ihn mittels der Segel Schiffe antreiben oder mittels der Windräder Getreide mahlen oder Wasser pumpen oder andere nützliche Arbeiten verrichten. Wenn man sich mit der Aufgabe beschäftigen will, wie man den Wind zu solchen nützlichen Arbeiten heranziehen kann und insbesondere wie man diese Ausnützung am günstigsten anstellt, so muß man sich zunächst über das, was man gewinnen will,

[1]) Nach Aßmann, Die Winde in Deutschland, Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1910.

[2]) Nach Messungen in Nauen von Hellmann (Über die Bewegung in den untersten Schichten der Atmosphäre. Meteorolog. Zeitschr. 1915, Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1917 und 1919) und in Eilvese von Bongards (Die Windgeschwindigkeit in verschiedenen Höhen über Eilvese. Annalen der Hydrographie u. maritimen Meteorologie 1921).

nämlich die Arbeit, einen klaren Begriff machen. Weiter muß man dann überlegen, wieviel Arbeit im Winde überhaupt zur Verfügung steht, und wieviel man davon mit bestimmten Mitteln erfassen kann.

Arbeit, Arbeitsvermögen oder Energie.

Wenn wir eine Last von 5 *kg* 3 *m* hoch heben, so leisten wir eine Arbeit von $5 \cdot 3 = 15$ *mkg*. Dieselbe Arbeit würden wir leisten, wenn wir z. B. 3 *kg* 5 *m* hoch oder 1 *kg* 15 *m* hoch heben. Umgekehrt kann eine Last, wenn sie herabsinkt, selbst Arbeit leisten und etwa eine andere Last heben. So könnte, wenn wir von Verlusten absehen, unsere Last von 5 *kg* unter Zwischenschaltung eines geeigneten Übersetzungsmechanismus (z. B. eines Hebels) eine andere Last etwa 3 *kg* heben, aber der Übersetzungsmechanismus, der nötig ist, um die 5 *kg* mit den 3 *kg* ins Gleichgewicht zu bringen, bewirkt, daß die 3 *kg* um 5 *m* gehoben werden, während die 5 *kg* um 3 *m* absinken. So können wir gleiche Arbeiten in einander überführen, aber nie mehr Arbeit gewinnen als wir leisten. Mit dieser Tatsache hängt bekanntlich die Unmöglichkeit zusammen, ein Perpetuum mobile zu konstruieren. Was passiert aber, wenn wir die Last frei fallen lassen, ohne daß sie bei der Abwärtsbewegung andere Arbeit leistet? Nach den Fallgesetzen nimmt dabei die Geschwindigkeit zu und zwar in jeder Sekunde um g = rd. 10 *m/sek* (genauer 9,81 *m/sk*). Diese Geschwindigkeit, die ein Körper beim Fall erlangt, befähigt ihn aber ebenfalls Arbeit zu leisten. Denken wir uns z. B. den Körper auf eine elastische Unterlage auffallend, so wird diese zunächst nachgeben. Dabei übt sie auf den Körper eine Kraft aus, welche seine Geschwindigkeit allmählich aufzehrt, gleichzeitig wird aber die Unterlage immer mehr zusammengepreßt und erlangt nun ihrerseits die Fähigkeit bei der Wiederausdehnung Arbeit zu leisten. Läßt man den Vorgang ungestört weiter laufen, so wird von der federnden Unterlage der Körper, falls keine Verluste stattfinden, wieder auf seine ursprüngliche Höhe zurückgeschleudert. Man erkennt hieraus, daß auch ein bewegter Körper die Fähigkeit hat, Arbeit zu leisten und zwar so viel, daß er sein eigenes Gewicht auf eine solche Höhe heben kann, von der er beim freien Fall gerade die ihm eigene Geschwindigkeit erlangen würde.

Wie groß ist nun die Arbeit, welche ein Körper mit der Geschwindigkeit v leisten kann? Fällt ein Körper frei um die Höhe h herab, so erlangt er nach den Fallgesetzen eine Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{2gh}$$

wobei g die bereits erwähnte Fallbeschleunigung von rd. 10 m/sek^2 bedeutet. Umgekehrt ist die zu v gehörige Fallhöhe

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

Wenn daher G das Gewicht des Körpers ist, so ist sein Arbeitsvermögen infolge der Geschwindigkeit

$$A = G \cdot h = G \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Für die Größe G/g (Gewicht: Fallbeschleunigung) hat man einen besonderen Begriff, die Masse eingeführt. Wir wollen die Masse mit m bezeichnen, dann wird aus der letzten Gleichung

$$A = \frac{m}{2} v^2,$$

d. h. ein Körper von der Masse m mit der Geschwindigkeit v ist imstande eine Arbeit von dem Betrage $\frac{m}{2} v^2$ zu leisten. Man bezeichnet diese Form des Arbeitsvermögens auch als kinetische Energie.

Maßeinheiten.

Bevor wir unsere Betrachtungen weiterführen, ist es vielleicht nötig, uns über die Maßeinheiten in diesen Formeln und über deren Bezeichnung klar zu werden. Wir wollen die Kräfte in *kg*, die Längen in *m* und die Zeiten in *sek* ausdrücken. Die Geschwindigkeit finden wir, indem wir einen zurückgelegten Weg, also eine Länge *(m)* durch die dazu nötige Zeit *(sek)* dividieren. Man bezeichnet daher die Maßeinheit der Geschwindigkeit mit *m/sek*. In entsprechender Weise werden auch alle übrigen Größen bezeichnet. Die Beschleunigung finden wir, indem wir die in einer bestimmten Zeit erfolgte Geschwindigkeitszunahme *(m/sek)* durch diese Zeit *(sek)* dividieren. Wir erhalten also für die Beschleunigung die Maßeinheit m/sek^2. Die Masse finden wir, indem wir das Gewicht *(kg)* durch die Schwerebeschleunigung (m/sek^2) dividieren. Die Masse erhält demnach die Maßeinheit $\frac{kg\ sek^2}{m}$. Die Arbeit ist Höhe mal Gewicht also *mkg*. Berechnen wir die Arbeit aus der kinetischen Energie, so erhalten wir für die Masse m die Einheit $\frac{kg\ sek^2}{m}$, für v^2 die Einheit $\frac{m^2}{sek^2}$, für $\frac{m}{2} v^2$ daher $\frac{kg\ sek^2}{m} \cdot \frac{m^2}{sek^2} = mkg$ wie bei der Berechnung aus Gewicht und Höhe. Für Flächen und für Rauminhalte hat man zwar die Bezeichnung *qm* bezw. *cbm*. Es ist aber übersichtlicher für diese Größen die Bezeichnungen nach demselben System zu bilden, wie für andere physikalische Größen. Demgemäß heißt die Einheit der Fläche m^2 und die Einheit des Raumes m^3.

Arbeitsvermögen bewegter Luft.

Auch die Luft hat ein Gewicht. Gewöhnlich tritt das allerdings nicht auffällig in Erscheinung, da jede Luftmenge, die wir etwa herausgreifen, in der umgebenden Luft gerade schwimmt, so daß sie nicht das Bestreben hat zu Boden zu fallen. Wir können aber das Gewicht einer Luftmenge, die etwa in einem Gefäß sich befindet, in der Weise bestimmen, daß wir das Gefäß erst mit Luft gefüllt wägen, dann die Luft heraus-

pumpen und es wieder wägen. Im letzteren Falle wird die Wage weniger anzeigen. Die Differenz ist das Gewicht der herausgepumpten Luft. So findet man, daß ein *cbm* ($= 1\ m^3$) Luft rd. 1,2 *kg* wiegt. Bezeichnet man das Gewicht der Raumeinheit mit γ (Gamma) so ist für Luft bei 15° und 760 mm Barometerstand

$$\gamma = 1{,}22\ m/kg^3$$

Durch Division mit der Fallbeschleunigung g erhalten wir hieraus die Masse der Raumeinheit auch Dichte genannt. Wir bezeichnen die Dichte mit dem Buchstaben ϱ (Ro); es ist demnach

$$\varrho = \frac{\gamma}{g} = \frac{1{,}22}{9{,}81} = \text{rd. } \frac{1}{8}\ \frac{kg\ sek^2}{m^4}.$$

Eine Luftmenge von V *cbm*, welche mit der Geschwindigkeit v strömt, hat nach dem vorstehenden ein Arbeitsvermögen von

$$A = V \cdot \frac{1}{16} v^2\ mkg$$ [1].

Jedes *cbm* Luft, das etwa eine Geschwindigkeit von 10 *m/sek* hat, könnte daher bei voller verlustloser Ausnützung $\frac{10^2}{16} =$ rd. 6 *mkg* Arbeit leisten. Ist die Geschwindigkeit nur 5 *m/sek*, so ergibt sich für das Arbeitsvermögen $\frac{5^2}{16} =$ rd. $1\frac{1}{2}$ *mkg*.

b) Energie-Entnahme.

Die vorstehenden Überlegungen zeigen, wie man das Arbeitsvermögen bewegter Luft ermitteln kann. Wir müssen uns nun der Frage zuwenden, wie man diese Arbeit der Luft entzieht. An sich ist ja praktisch beliebig viel Luft und damit auch beliebig viel Arbeitsvermögen da. Die nächste Frage ist daher, wieviel von dieser Luftmenge kann man erfassen und zur Arbeitsabgabe zwingen.

Bei Energieentnahme muß eine Querschnitterweiterung eintreten.

Denken wir uns ein Rohr mit dem lichten Querschnitt F, so in den Wind gestellt, daß die Luft ungehindert durch das Rohr hindurchströmt (Abb. 3). Wenn v wieder die Windgeschwindigkeit bedeutet, so wird in jeder Sekunde eine Luftmenge v · F auf der einen Seite in das Rohr eintreten und ebensoviel am anderen Ende wieder austreten. Wenn nun aber im Innern des Rohres eine Vorrichtung untergebracht ist, welche der durchströmenden Luft Energie entzieht — wir wollen vorläufig die Frage, wie eine solche Vorrichtung aussieht noch zurückstellen — so ist das nur auf

Abb. 3

[1] Die angegebenen Werte für γ und ϱ gelten nur für normalen Barometerstand und normale Temperatur. Auf hohen Bergen, wo der Barometerstand wesentlich niedriger ist, muß man auch die entsprechend geringere Dichte der Luft bei Berechnungen berücksichtigen.

Kosten der Geschwindigkeit möglich. Die Luft wird daher mit kleinerer Geschwindigkeit austreten, als sie beim Eintritt besaß. Andererseits muß aber dieselbe Luftmenge austreten wie eintreten, da ja sonst eine Anhäufung (Verdichtung) der Luft bezw. eine Verdünnung derselben eintreten würde, was natürlich auf die Dauer nicht denkbar ist. Durch passende Erweiterung des Rohres können wir diesem Umstande Rechnung tragen (Abb. 4). Ist der Eintrittsquerschnitt F_1 und die Eintrittsgeschwindigkeit v_1 und vermindern wir im Rohr diese Geschwindigkeit durch Energieentnahme auf den Betrag v_2 (die schraffierte Stelle in Abb. 4 möge die Energie entziehende Vorrichtung andeuten), so muß der Austrittsquerschnitt F_2 so groß sein, daß

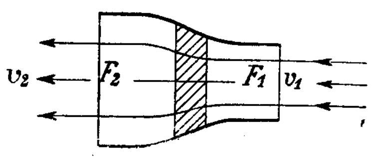

Abb. 4

$$F_2\, v_2 = F_1\, v_1 = \text{sekundliche Durchflußmenge}$$

ist. Würden wir diese Bedingung nicht erfüllen, so würde die Luft nicht mehr ungestört in die Eintrittsöffnung einströmen. Abb. 5 zeigt den Vorgang, wie er ungefähr bei einem nicht erweiterten Rohr bei Energieentnahme eintreten würde. Die ankommende Luft strömt nur zum Teil in das Rohr hinein, der übrige Teil weicht seitlich aus und strömt außen am Rohr entlang. Die Durchflußmenge richtet sich in solchen und ähnlichen Fällen stets nach dem Austrittsquerschnitt F_2 und der Austrittsgeschwindigkeit v_2, sie ist

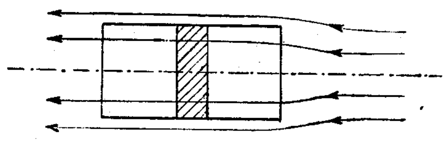
Abb. 5

$$Q = F_2\, v_2.$$

Je mehr Energie wir der durchströmenden Luft entziehen, umso kleiner wird die Austrittsgeschwindigkeit.

1 cbm Luft von der Geschwindigkeit v_1 hat wie wir oben sahen, ein Arbeitsvermögen

$$A_1 = \frac{\varrho}{2}\, v_1^2.$$

Vermindern wir die Geschwindigkeit auf den Betrag v_2, so ist das Arbeitsvermögen nur noch

$$A_2 = \frac{\varrho}{2}\, v_2^2.$$

Wir können daher, wenn wir von Energieverlusten absehen, eine Arbeit $A_1 - A_2 = \frac{\varrho}{2}(v_1^2 - v_2^2)$ gewinnen. Wenn wir nun in jeder Sekunde Q cbm in dieser Weise verarbeiten, so können wir in jeder Sekunde eine Arbeit

$$\boxed{L = Q\,\frac{\varrho}{2}\,(v_1^2 - v_2^2)}$$

gewinnen. Man nennt eine solche Arbeit pro Sekunde auch **Leistung**, die Einheit ist *mkg/sek*.

Anstatt dieser letzteren Einheit sind in der Praxis sehr häufig noch andere Einheiten gebräuchlich. Die wichtigsten sind: die Pferdestärke *(PS)* und das Kilowatt *(KW)*. 75 *mkg/sek* ergeben 1 *PS* und 102 *mkg/sek* ergeben angenähert 1 *KW* (vergl. die Zusammenstellung der wichtigsten Einheiten, Anhang Tabelle 2).

Je mehr Energie wir einer Luftmenge entziehen, umso kleiner wird die Austrittsgeschwindigkeit v_2. Wenn wir daher ein bestimmtes rohrförmiges Bauwerk mit gegebenem Austrittsquerschnitt haben, so wird umso weniger Luft hindurchströmen, je mehr Energie wir jedem *cbm* Luft entziehen. Würden wir z. B. der durchströmenden Luft ihre ganze Energie wegnehmen, so würde wegen der verschwindend kleinen Austrittsgeschwindigkeit fast nichts mehr durch unser Rohr hindurchströmen, sondern fast alles außen vorbeistreichen. Infolgedessen würden wir auch keine nennenswerte Leistung mehr herausholen können. Wenn wir andererseits der durchströmenden Luft gar keine Energie entziehen, so würde zwar die Luft mit ungeschwächter Geschwindigkeit, also in großer Menge hindurchfließen, aber wir würden trotzdem keine Energie gewinnen, da wir ja der Luft keine entziehen. Am günstigsten stehen wir uns daher, wenn wir der Luft einen Teil ihrer Energie entziehen, ihr aber noch so viel Energie lassen, daß noch eine hinreichende Menge aus dem Austrittsquerschnitt austreten kann.

Form und Arbeitsweise eines normalen Windrades.

Diese Überlegung sollte hauptsächlich zeigen, daß die Leistung, welche wir aus dem Winde bei gegebener Windgeschwindigkeit gewinnen können, begrenzt ist durch die Größe des Bauwerkes und daß wir der Luft nur einen Teil ihrer Energie entziehen dürfen, wenn wir bei gegebener Größe des Bauwerkes möglichst große Leistungen gewinnen wollen. Wir wollen uns nun wirkliche Windräder etwas näher ansehen und die eben angestellten Überlegungen darauf anwenden. Die typische Form, die bei den meisten Windrädern mit verschiedenen Abänderungen in Einzelheiten immer wiederkehrt, ist in Abb. 6 dargestellt. An einer in der Windrichtung stehenden Welle sind eine Reihe von Flügeln (Schaufeln) angebracht, welche schräg zur Windrichtung stehen. Der Winddruck R auf diese Schaufeln ist infolge der Schrägstellung derselben ebenfalls schräg gerichtet und hat daher eine Komponente T, welche das Rad in Drehung versetzt und dabei Arbeit leistet. Auf diese Vorgänge an den Flügeln werden wir später noch genauer zurückkommen. Zunächst wollen wir uns dafür nur insoweit interessieren, daß wir uns ein Bild davon machen können, wie die oben mehrfach erwähnte Einrichtung zur Energieentnahme aus dem Winde ungefähr aussieht.

Gegenüber unserer vorhergehenden Betrachtung fällt hier auf, daß kein Rohr vorhanden ist, welches das Windrad umschließt. Man kann aber leicht einsehen, daß ein solches Rohr auch gar nicht nötig ist, da die Luft von selbst jene Querschnitte ausfüllt, die sie bei der ihr verbleibenden Geschwindigkeit braucht. Da aber kein Rohr vorhanden ist, so fehlt uns der Austritsquerschnitt, der bei den letzten Überlegungen eine wichtige Rolle spielte. Statt dessen haben wir hier die Fläche des Windrades.

Ein idealisiertes Windrad.

Die wesentliche Frage, welche wir uns nun vorlegen müssen, ist daher zunächst die: Wieviel Luft strömt in der Sekunde durch ein Windrad von gegebenem Durchmesser? und weiter: wieviel Energie können wir im günstigsten Falle daraus entnehmen? Wenn bei der Behandlung dieser Fragen im folgenden etwas mehr mathematische Formeln vorkommen als vielleicht mancher Leser gewohnt ist, so mag er ruhig über diese unbequemen Stellen hinweglesen und sich auf den übrigen Text beschränken, in dem die Ergebnisse der Rechnungen so weit erläutert sind, als es zum Verständnis des Gedankenganges erforderlich ist. Um uns die Behandlung der vorstehenden prinzipiellen Fragen nicht unnötig durch unwesentliche Nebenumstände zu erschweren, wollen wir uns das Windrad noch möglichst idealisieren: Wir wollen das Windrad durch eine kreisförmige luftdurchlässige Scheibe ersetzen und annehmen, daß es uns möglich ist, an jeder Stelle dieser Scheibe der durchströmenden Luft soviel Energie zu entziehen, als es gerade günstig ist. Man wird sich vielleicht fragen, ob eine solche Idealisierung nicht zu weit geht, so daß die Ergebnisse der Betrachtung ihre praktische Bedeutung verlieren. Bei einem 4 flügeligen oder gar einem 2 flügeligen Windrad z. B. scheint es auf den ersten Blick doch unangebracht, die Energieentnahme über die ganze von den Flügeln bestrichene Kreisfläche beliebig zuzulassen. Wir werden später auf diese besonderen Verhältnisse noch zurückkommen und dabei feststellen, daß die Abweichungen gegenüber unseren obigen Annahmen doch nur unbedeutend sind. Der innere Grund für diese zunächst auffallende Erscheinung liegt darin, daß die Flügel

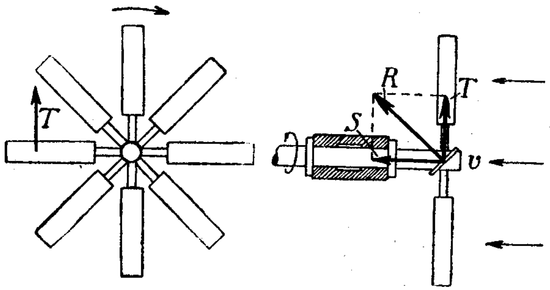

Abb. 6. Kräfte am Windrad.

zwar in einem bestimmten Zeitpunkt nur auf verhältnismäßig kleine Gebiete der Luft Kräfte ausüben, daß sie aber beim Umlaufen der Reihe nach alle Stellen des Kreises beeinflussen. Ein solches idealisiertes Windrad möge in Abb. 7 oben durch die gestrichelte Linie wiedergegeben sein. Der Wind komme mit der Geschwindigkeit v_1 an, im Windrad werde ihm soviel Energie entzogen, daß die Geschwindigkeit hinter dem Rade nur noch v_2 beträgt.

Der Übergang von der einen Geschwindigkeit auf die andere kann nicht plötzlich vor sich gehen, da damit zugleich eine Querschnittsvermehrung verbunden ist und bei plötzlichem Übergang die Stromlinien nicht mehr aneinander anschließen würden. Der Vorgang ist so, daß bereits vor dem Windrad die Luft sich etwas staut. Ihre Geschwindigkeit setzt sich dabei in Druck um ähnlich wie bei dem auf eine federnde Unterlage auffallenden Körper (s. oben die Erläuterung zur kinetischen Energie), wo sich die kinetische Energie in das Arbeitsvermögen der Feder umsetzt. Infolgedessen kommt die Luft bereits mit verminderter Geschwindigkeit aber mit erhöhtem Druck am Windrad an. Die Energieentnahme im Windrad bewirkt nun zunächst nur eine Verminderung der Druckenergie, so daß die Luft, welche vor dem Rade mit erhöhtem Druck ankam, hinter dem Rade mit erniedrigtem Druck weiter strömt. Die Geschwindigkeit selbst kann sich innerhalb des unendlich dünn gedachten Rades überhaupt nicht ändern. Erst hinter dem Rade setzt sich die Geschwindigkeitsverminderung wieder fort, indem sich die Geschwindigkeitsenergie so lange in Druck umsetzt, bis der normale Luftdruck wieder hergestellt ist (vergl. Abb. 7 unten).

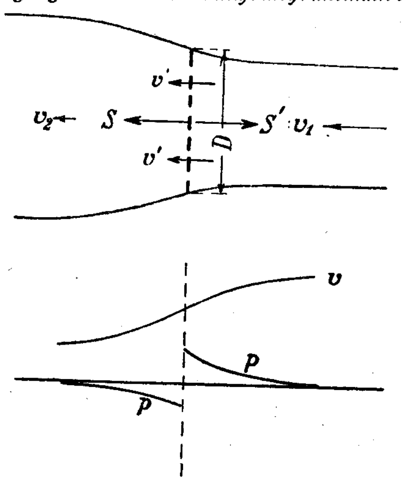

Abb. 7. Oben Strömung durch ein idealisiertes Windrad (die gestrichelte Linie soll das Windrad andeuten). Unten Verlauf der Geschwindigkeit (v) und des Druckes (p) vor und hinter dem Windrad.

Durch das Windrad strömt demnach die Luft weder mit der Anfangsgeschwindigkeit v_1 noch mit der Endgeschwindigkeit v_2, sondern mit einer dazwischen liegenden Geschwindigkeit v'. Dieser Umstand erschwert unsere Überlegung etwas. Wenn wir nämlich die Energie ermitteln wollen, welche wir mit dem Windrade der Luft entziehen können, so müssen wir zunächst wissen, wieviel Luft überhaupt durch das Windrad hindurchgeht, und dazu brauchen wir die Durchflußgeschwindigkeit v', denn die sekundliche Durchflußmenge ist $Q = Fv'$, wobei $F = \frac{D^2 \pi}{4}$ die Kreisfläche des Windrades ist, D soll der Durchmesser des Windrades sein.

Die Windgeschwindigkeit im Windrade ist das arithm. Mittel aus den Windgeschwindigkeiten vor und hinter dem Windrade.

Glücklicherweise kann man zeigen, daß <u>die Geschwindigkeit v' gerade das Mittel aus der Anfangs- und Endgeschwindigkeit ist</u>

$$\boxed{v' = \frac{v_1 + v_2}{2}.}$$

Zu dem Zweck wollen wir zunächst überlegen, wie groß die Kraft S ist, welche der Wind auf das Rad ausübt. Wenn man eine Masse m in einer Sekunde um einen bestimmten Geschwindigkeitsbetrag $v_1 - v_2$ verzögern will, so muß man auf die Masse eine Sekunde lang eine Kraft

$$S' = m\,(v_1 - v_2)$$

entgegen der Bewegungsrichtung ausüben. Wenn das Windrad eine Kraft S in der Windrichtung erfährt, so übt es umgekehrt eine ebenso große Kraft S' in der entgegengesetzten Richtung auf die Luft aus. Die Kraft S' bewirkt, daß die Windgeschwindigkeit vom Betrage v_1 auf den Betrag v_2 verzögert wird. Nun strömt in einer Sekunde eine Masse

$$m = \varrho\, v'F$$

durch das Rad. Die Masse ist während des Durchflusses, also eine Sekunde lang, der verzögernden Wirkung der Kraft S' unterworfen. Wenn daher diese Masse dabei von der Geschwindigkeit v_1 auf die Geschwindigkeit v_2 verzögert wird, so muß die Kraft

$$S' = m\,(v_1 - v_2) = \varrho\, v'F\,(v_1 - v_2)\ ^{1)}$$

sein. Ebenso groß, nur entgegengesetzt, ist die Kraft S, welche der Wind auf das Windrad ausübt.

Bei diesem Vorgang sinkt die Energie der sekundlich durch das Rad strömenden Luftmenge vom Betrage $\frac{m}{2}\,v_1^2$ auf den Betrag $\frac{m}{2}\,v_2^2$. Die Differenz

$$L = \frac{m}{2}\,(v_1^2 - v_2^2)$$

[1]) Hierbei ist stillschweigend vorausgesetzt, daß keine anderen als die vom Windrade herrührenden Kräfte auf die durchströmende Luft ausgeübt werden. Im vorliegenden Falle trifft dies auch für die gesamte durch das Windrad strömende Luft zu. Es träfe z. B. nicht zu, wenn vor und hinter dem Rade verschiedener Druck herrschen würde, wie es bei Turbinen in geschlossenen Leitungen der Fall ist. Es trifft außerdem nicht für jeden einzelnen Stromfaden, der das Windrad durchdringt, zu, indem die einzelnen Stromfäden infolge der Krümmung der Strombahnen Zentrifugalkräfte aufeinander ausüben. $v' = \frac{v_1 + v_2}{2}$ stellt daher nur den Mittelwert für die Durchflußgeschwindigkeit dar. An einzelnen Stellen des Rades ist v' größer, an anderen kleiner als dieser Mittelwert. Wir werden im Folgenden allerdings, mangels genauerer Kenntnis, trotzdem vielfach näherungsweise annehmen, daß die Durchflußgeschwindigkeit in jedem Punkt das arithmetische Mittel aus der Anfangs- und Endgeschwindigkeit ist.

wird sekundlich an das Windrad abgegeben und könnte, wenn keine Verluste aufträten, als Nutzenergie gewonnen werden. Betrachten wir nun einmal die Verhältnisse nicht wie soeben weit vor und hinter dem Rade, sondern in unmittelbarer Nähe desselben. Hier strömt die Luft mit der Geschwindigkeit v' durch das Rad und muß dabei die Kraft S' überwinden. Wir können uns den Vorgang etwa so vorstellen, daß wir ein abgeschlossenes Luftvolumen mit der Geschwindigkeit v' durch das Rad hindurchschieben (Abb. 8). Der Überdruck vor dem Rad und der Unterdruck hinter ihm bewirken die Kraft S auf das Rad. Sie wirken aber in gleicher Weise auch auf die Abschlußwände, so daß zum Verschieben derselben ebenfalls eine Kraft S erforderlich ist. Wenn man daher die Luft in der angegebenen Weise durch das Rad hindurchschiebt, muß man die sekundliche Arbeit

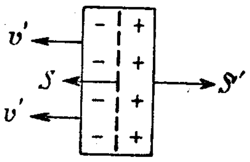

Abb. 8. Arbeitsleistung beim Durchtritt der Luft durch das idealisierte Windrad.

$$L = Sv'$$

leisten, welche auf das Windrad übergeht. In Wirklichkeit wird die Arbeit nicht durch Verschieben der Wände geleistet, sondern aus der kinetischen Energie der Luft entnommen. Für den Betrag der Leistung ist das aber gleichgültig.

Wir können demnach die von der Luft abgegebene Leistung einmal aus der Energie der Luft ableiten (s. oben)

$$L = \frac{m}{2}\,(v_1^2 - v_2^2)$$

andererseits aber auch aus der Schubkraft S des Windrades und der Durchflußgeschwindigkeit v'

$$L = Sv'.$$

Da auf beide Weisen dasselbe herauskommen muß, so muß

$$Sv' = \frac{m}{2}\,(v_1^2 - v_2^2)$$

sein. Da aber, wie wir sahen

$$S = m\,(v_1 - v_2)$$

ist, so ist

$$m\,(v_1 - v_2)\,v' = \frac{m}{2}\,(v_1^2 - v_2^2),$$

und da $(v_1^2 - v_2^2) = (v_1 - v_2)\,(v_1 + v_2)$ ist, so ergibt sich hieraus

$$v' = \frac{1}{2}\,(v_1 + v_2)$$

wie wir es bereits oben angaben.

Nach dieser Erkenntnis können wir verhältnismäßig leicht die Arbeit berechnen, welche dem Winde entzogen wird. Die sekundlich durch das

Größte Energiemenge, welche ein Rad von gegebenem Durchmesser einem Winde von gegebener Geschwindigkeit entziehen kann.

Rad strömende Masse ist

$$m = \varrho v F = \frac{\varrho}{2}(v_1 + v_2)\,F.$$

Damit wird

$$L = \frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2) = \frac{\varrho}{4}(v_1^2 - v_2^2)(v_1 + v_2)\,F.$$

Um einen passenden Vergleichsmaßstab für diese Leistung zu haben, wollen wir sie mit jener Leistung vergleichen, welche in einer Luftmenge zur Verfügung steht, die sekundlich durch einen ebenso großen Querschnitt $F = \frac{D^2\pi}{4}$ strömt, wenn keine Arbeit abgegeben wird, so daß die Luft mit ihrer vollen Geschwindigkeit v_1 hindurchströmt. Diese Leistung ist

$$L_0 = \frac{\varrho}{2}\,v_1^3 \cdot F.$$

Damit wird

$$\boxed{\frac{L}{L_0} = \frac{1}{2}\left[1 - \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2\right]\left[1 + \frac{v_2}{v_1}\right]}$$

L_0 hängt nur von der Windgeschwindigkeit v_1 und dem Durchmesser bezw. der Fläche F des Windrades ab. Die Leistung L dagegen außerdem noch von dem Verhältnis $\frac{v_2}{v_1}$ der Windgeschwindigkeiten vor und hinter dem Rade.

Wir müssen uns nun die Frage stellen, bei welchem Verhältnis von $\frac{v_2}{v_1}$ wir unter sonst gleichen Umständen am meisten Energie gewinnen können (d. h. L/L_0 am größten ist) und wieviel Energie sich dann ergibt. Rechnen wir nach der letzten Gleichung $\frac{L}{L_0}$ für verschiedene Werte von $\frac{v_2}{v_1}$ aus und tragen das Ergebnis in einem Diagramm auf, so erhalten wir Abb. 9 [1]. Als größten Wert von $\frac{L}{L_0}$ finden wir dabei $16/27 \approx$ (annähernd gleich) 0,6 und zwar ergibt sich dieser Höchstwert, wenn $\frac{v_2}{v_1} = {}^1/_3$ ist. Die größte Leistung, welche wir mit einem Windrade von $D\,m$ Durchmesser bei einer Windgeschwindigkeit v *m/sek* dem Winde entziehen können, ist demnach

$$\boxed{L_{max} = \frac{16}{27} \cdot \frac{\varrho}{2}\,v^3 \cdot \frac{D^2\pi}{4}\ \mathit{mkg/sek}}$$

[1]) Für sehr kleine Werte von v_2/v_1 sind die hier angewandten Überlegungen nicht mehr zulässig, da dann Einflüsse, wie sie in Anmerkung 1 S. 10 angedeutet sind, eine zu große Rolle spielen.

oder da $\frac{\varrho}{2} \approx \frac{1}{16}$ [1]) ist, wird

$$L_{max} = \frac{v^3}{27} \cdot \frac{D^2\pi}{4}\ \mathit{mkg/sek}$$
$$= 0{,}000\,388\ v^3\,D^2\ \mathit{PS}$$
$$= 0{,}000\,285\ v^3\,D^2\ \mathit{KW}.$$

Die nach dieser Formel für verschiedene Windgeschwindigkeiten und Raddurchmesser sich ergebenden Leistungen sind in Tabelle 3 und im Diagramm 10 (Anhang S. 56 u. 59) zusammengestellt.

Man wundert sich vielfach, daß die Leistung, welche man dem Winde entzieht, nicht immer größer wird, je mehr Flügelfläche man im Windrade unterbringt und je mehr man damit die Windgeschwindigkeit abbremst. Der

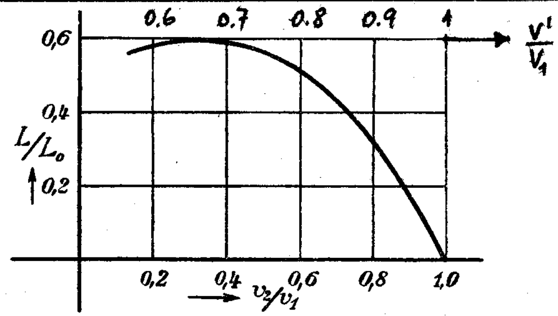

Abb. 9. Abhängigkeit der theoretischen Windradleistung von der Stärke der Abbremsung des Windes.

Grund liegt darin, daß bei zu dicht stehenden Flügeln nur ein kleiner Teil der Luft durch das Windrad hindurchgeht, während die übrige Luft dem Rade ausweicht und außen herumströmt.

Ein falscher Schluß bei Anwendung von rotierenden Zylindern anstatt der Flügel.

Aus Unkenntnis dieser Verhältnisse ist nach Bekanntwerden der Flettner-Rotoren von einer großen Zahl von Erfindern folgender falscher Schluß gemacht worden. Die Rotoren geben erheblich größere Kräfte als gleich große Flügel. Infolgedessen erhalte ich bei Ersatz der Windmühlenflügel durch Rotoren eine wesentlich größere Leistung. In Wirklichkeit würden aber die Rotoren, wenn man sie nicht ihrer größeren Wirksamkeit entsprechend klein im Durchmesser macht, ebenso wie zu große Flügel den Wind stark abbremsen, so daß weniger Luft durch das Rad hindurchgeht. Die Folge davon ist, daß nicht mehr, sondern weniger Energie gewonnen wird.

Da die Umwandlung der Windenergie in mechanische Energie nicht verlustlos vor sich geht und außerdem die Geschwindigkeitsverminderung $\frac{v_2}{v_1}$ nicht immer gerade den günstigsten Verhältnissen entspricht, so ist die wirkliche Nutzleistung L_n eines Windrades stets kleiner als das vorstehend berechnete L_{max}. Das Verhältnis der wirklichen Nutzleistung zum theo-

[1]) s. Anm. S. 5.

retischen Maximum kann man als Wirkungsgrad η des Windrades bezeichnen.

$$\eta = \frac{L_n}{L_{max}}$$

$$L_n = \eta \cdot L_{max} = \eta \cdot \frac{16}{27} \frac{\varrho}{2} v^3 \cdot \frac{D^2 \pi}{4}. \text{ [1]}$$

Zur Darstellung von Versuchsergebnissen mit Windrädern bildet man vielfach das Verhältnis $\frac{L_n}{L_o} = \frac{L_n}{\frac{\varrho}{2} v^3 \frac{D^2 \pi}{4}}$ und bezeichnet es als Leistungsziffer c_l (vergl. Abb. 32). Zwischen dieser Leistungsziffer und dem Wirkungsgrad η besteht demnach die Beziehung

$$c_l = \frac{16}{27} \eta.$$

Das gefundene größte Ausnützungsverhältnis 16/27 gilt nur für die zugrunde gelegte normale Windradform.

Da das Verhältnis $\frac{L_{max}}{L_o}$ für die Dimensionierung der Windräder eine außerordentlich wichtige Rolle spielt, so ist es angebracht, sich zu überlegen, inwieweit der gefundene Wert 16/27 von speziellen Annahmen abhängt und ob es möglich ist, ihn eventuell zu erhöhen. Man kann sich leicht überlegen, daß man durch Anordnung eines zweiten Windrades hinter dem ersten die Energie, welche dort noch im Winde vorhanden ist, wieder zum Teil ausnutzen kann. Unsere Ableitung gilt demnach nur für ein *einzelnes annähernd scheibenförmiges* Windrad. Stellt man es frei, den Raum hinter dem Windrade auch noch beliebig zur Energiegewinnung heranzuziehen, ohne aber den vorgeschriebenen Durchmesser zu überschreiten, so kann man $\frac{L_{max}}{L_o} \approx 1$ machen. Die Windmühle wird dann die Form eines sehr langen Zylinders annehmen. Dabei braucht das Innere dieses Zylinders gar keine Energie entziehenden Organe zu enthalten. Es genügt, wenn die Zylinderoberfläche und der rückwärtige Boden hiefür geeignet sind (Abb. 11, die gestrichelte Linie stellt die Energie entziehenden Organe dar). Praktische Bedeutung dürfte aber eine solche Anordnung kaum haben, da die große Länge (l) eines solchen Windrades natürlich die Herstellungskosten in ähnlicher Weise vermehrt, wie ein größerer Durchmesser.

Es sind auch Anordnungen denkbar, bei denen das Ausnützungsverhältnis den Wert 1 erreicht, oder sogar überschreitet.

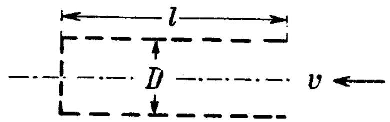

Abb. 11. Windradform mit erhöhter theoretischer Leistung.

Man kann sich sogar Anordnungen denken, bei denen L_{max} größer als $\frac{\varrho}{2} v^3 \cdot \frac{D^2 \pi}{4}$ ist. Abb. 12 zeigt eine solche Anordnung: Auf einer gemeinsamen Welle sind zwei Räder

[1] Bei den meisten Windrädern bleibt in der Nähe der Nabe ein Teil der Windradkreisfläche unausgenützt. Es ist manchmal zweckmäßig diesen unbenützten Teil der Kreisfläche von vornherein gar nicht mitzurechnen und in den Formeln anstatt der ganzen Kreisfläche $\frac{D^2 \pi}{4}$ nur die wirkliche von den Flügeln bestrichene Fläche F einzusetzen. Der Wirkungsgrad η ergibt sich dann größer, da ja der Verlust, welcher durch den fehlenden Mittelteil der Kreisfläche bedingt ist, nach dieser Definition im Wirkungsgrad nicht enthalten ist.

angeordnet. Das erste wirkt als Gebläse, d. h. es führt der Luft Energie zu, wodurch die Geschwindigkeit der Luft vergrößert wird. Das zweite ist ein Windrad, wie wir es bisher betrachtet haben. Dieses entzieht der Luft sowohl die ihr vom Gebläse gelieferte Energie als auch noch einen Teil der im Winde bereits vorher vorhandenen Energie. Da es auf derselben Welle, wie das Gebläse sitzt, gibt es einen Teil der gewonnenen Energie gleich wieder an das Gebläse ab, während der Rest zur Verfügung steht. Würden keine Verluste auftreten, so würde die vom Gebläse gelieferte Energie nach ihrer Wiedergewinnung im Windrade gerade ausreichen, um das Gebläse anzutreiben, während die im Winde schon vorher vorhandene Energie, soweit sie durch das Windrad gewonnen wird, zur Verfügung steht. Der Vorteil besteht nun darin, daß bei der geschilderten Anordnung wesentlich mehr Luft durch das Windrad strömt als bei normaler Anordnung. Das Gebläse erteilt der Luft ja größere Geschwindigkeit, infolgedessen verengt sich der Querschnitt. Das Gebläse holt also den Wind von der Seite zusammen und schickt ihn durch das Windrad. Wegen der größeren Luftmenge, welche durch das Windrad strömt, kann auch mehr Energie gewonnen werden.

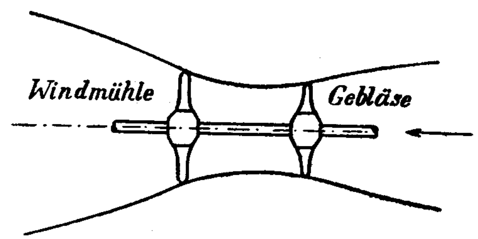

Abb. 12. Verbindung von Windrad und Gebläse, welche scheinbar eine Erhöhung der Leistung ermöglicht.

Diese Anordnung sieht sehr verlockend aus: Man braucht nur die Gebläseleistung genügend groß zu machen und kann dann beliebig viel Luft durch das Windrad schicken und damit beliebig viel Energie gewinnen. *Die Sache hat aber einen Haken und geht nicht*; und zwar wegen der Verluste. Eine rohe Überschlagsrechnung wird uns dieses zeigen. Nehmen wir z. B. an, wir wollten die doppelte Luftmenge durch das Windrad schicken, dann könnten wir an sich auch die doppelte Energie wie beim einfachen Windrad gewinnen. Bei doppelter Durchflußgeschwindigkeit ist die sekundlich zu verarbeitende Energie 8 mal so groß; *davon* kommt die 2fache Energie, wie schon erwähnt, für die nutzbare Gewinnung in Frage, die restliche 6fache Energie muß an den Ventilator und von diesem wieder an die Luft abgegeben werden. Nehmen wir nun sowohl für das Gebläse wie für das Windrad einen wohl kaum erreichbaren Wirkungsgrad von 90 % an, dann betragen die Verluste in jeder Maschine 10 % der umgesetzten Energie, d. i. im Gebläse das 0,6fache und im Windrad das 0,8fache, zusammen also das 1,4fache der im einfachen Rade wirksamen Energie. Ohne Verluste hätten wir die doppelte Leistung erhalten wegen der doppelten Luftmenge. Infolge der Verluste geht hiervon aber das 1,4fache der Windenergie des einfachen Rades ab und wir erhalten anstatt eines Gewinnes sogar noch erheblich weniger als mit dem einfachen Rad.

3. Das Windrad.

a) Einiges über Flügel.

Wir haben die Energieübertragung am Windmühlenflügel bereits ganz kurz besprochen, um uns ein ungefähres Bild von dem Mechanismus zu machen. Wir müssen jetzt auf diese Vorgänge näher eingehen. Eine quantitativ einigermaßen zutreffende Kenntnis dieser Vorgänge ist hauptsächlich für den Konstrukteur wichtig. Mit Rücksicht auf dieses praktische Bedürfnis sind die folgenden Darstellungen etwas eingehender, und teilweise unter Voraussetzung weiter gehender technischer und mathematischer Vorbildung gehalten als es dem Durchschnitt der sonstigen Darstellung dieses Büchleins entspricht. Diejenigen Leser, welche nicht ein so weitgehendes Interesse für diese Dinge haben, mögen daher die ihnen zu schwierig oder zu uninteressant erscheinenden Teile dieses Kapitels überschlagen.

Zerlegung der Luftkraft in Widerstand u. Auftrieb.

Wenn die Luft gegen einen Körper strömt, so erfährt dieser eine Kraft. Wenn der Körper nicht gerade symmetrisch zur Strömungsrichtung ist, so wird diese Kraft (R in Abb. 13) meist nicht genau in die Strömungsrichtung fallen. Wir können dann diese Kraft R in zwei Komponenten zerlegen, von denen die eine W in die Stromrichtung fällt, während die andere A senkrecht dazu steht. Die erstere nennt man Widerstand, die letztere Auftrieb. Daß wir gerade diese Zerlegung wählen, hat einen triftigen Grund. Wenn die Luft auf den Körper Kräfte ausübt, so übt umgekehrt auch der Körper auf die Luft Kräfte von gleicher Größe aber entgegengesetzer Richtung aus. Die dem Widerstand W entsprechende Kraft ist der Stromrichtung entgegengesetzt, vermindert also die Luftgeschwindigkeit und damit die Energie der Luft. Solange der Körper ruht, entspricht aber dieser Energieverminderung der Luft keine nützliche Arbeit, die Energie geht verloren (sie geht zunächst in nicht mehr verwertbare kinetische Energie in Form von Wirbeln über und verwandelt sich allmählich in Wärme). Anders beim Auftrieb! Die ihm entsprechende auf die Luft ausgeübte Kraft steht senkrecht zur Stromrichtung, kann also die Geschwindigkeit weder beschleunigen noch verzögern, sondern lenkt nur die Stromrichtung ab. Damit ist aber auch keine Energieänderung verbunden, da ja die Geschwindigkeit konstant bleibt. Die Auftriebskraft verhält sich genau wie die Zentrifugalkraft, wenn wir etwa ein Gewicht an einem Faden im Kreis herumschleudern. Auch hier wird durch die Gegenkraft der Zentrifugalkraft, den Fadenzug, das Gewicht von der geraden Bahn abgelenkt und in eine kreisförmige Bahn gezwungen, ohne daß die Geschwindigkeit und damit die kinetische Energie des Gewichtes dadurch eine Änderung erfährt.

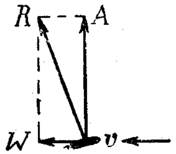

Abb. 13. Kräfte an einem Flügel.

Bei einem Flügel ist das Verhältnis Widerstand : Auftrieb, die sogenannte Gleitzahl klein.

Die Zerlegung der von der bewegten Luft auf einen Körper ausgeübten Kraft in Auftrieb und Widerstand hat also den Sinn, daß die eine Komponente, der Widerstand, stets mit Energieverlust verbunden ist, während die andere Komponente, der Auftrieb, keinerlei Energieverluste mit sich bringt. Da Energieverluste bei Energie umsetzenden Vorrichtungen stets eine Verschlechterung des Wirkungsgrades nach sich ziehen, so ist man bei solchen Vorrichtungen meist sehr bestrebt, Körper von solcher

Form anzuwenden, daß der Auftrieb möglichst groß und der Widerstand möglichst klein wird. Man nennt solche Körper Flügel oder Tragflügel oder Schaufeln. Das Verhältnis Widerstand : Auftrieb, das die Güte eines Flügels in dieser Hinsicht kennzeichnet, nennt man Gleitzahl, da es das Neigungsverhältnis der Flugbahn angibt, unter dem ein solcher Flügel einen Gleitflug ausführen könnte. Die besonders hohen Anforderungen der Flugtechnik in dieser Hinsicht haben in den letzten Jahrzehnten unsere Kenntnisse über günstige Flügelformen sehr stark erweitert. Wir kennen Flügel, deren Widerstand nur wenig mehr als 1 % des Auftriebs beträgt, allerdings sind fast stets andere nicht vermeidbare Verluste vorhanden, so daß man so niedrige Gleitzahlen nur in den seltensten Fällen ausnützen kann.

Darstellung der Flügeleigenschaften.

In den Abb. 16 bis 21 (Anhang) sind die Eigenschaften einiger Flügelprofile wiedergegeben. Die Darstellung lehnt sich an die in der Flugtechnik übliche Bezeichnungsweise an. Da die Luftkräfte natürlich außer von der Form der Flügel auch von der Größe derselben und von der Stärke des Windes abhängen, so ist es zweckmäßig, die Luftkräfte auf einen Körper mit der Kraft zu vergleichen, welche die Luft bei gleicher Geschwindigkeit auf einen Normalkörper von gleicher Ansichtsfläche ausübt. Im allgemeinen ist bei geometrisch ähnlichen Körpern die Luftkraft proportional der Ansichtsfläche F des Körpers, der Luftdichte ϱ und dem Quadrat der Windgeschwindigkeit v^2. Als Normalkörper wählt man nun einen Körper für den die Luftkraft gerade

$$R_0 = \frac{\varrho}{2} F v^2$$

ist. Ungefähr trifft dies für ebene Flächen zu, welche senkrecht gegen den Wind stehen (in Wirklichkeit ist der Widerstand solcher Flächen etwas größer, vergl. Tabelle 4). Für irgend einen anders geformten Körper ist die Luftkraft in einem bestimmten Verhältnis größer oder kleiner. Nun braucht man nur diese Verhältniszahlen anzugeben, um die Eigenschaften bestimmter Formen bezüglich der Luftkräfte auszudrücken. Handelt es sich dabei um eine Auftriebskraft A, so nennt man die Verhältniszahl Auftriebsziffer und bezeichnet sie mit c_a; handelt es sich um einen Widerstand W, so spricht man von einer Widerstandsziffer c_w, handelt es sich um die resultierende Kraft R, so heißt die kennzeichnende Verhältniszahl Resultierendenziffer c_r. Der Auftrieb A, den ein Körper im Luftstrome von der Geschwindigkeit v erfährt, läßt sich demnach in der Form

Auftriebs- und Widerstandsziffern c_a und c_w.

$$A = c_a \cdot \frac{\varrho}{2} F v^2$$

schreiben. Entsprechend ist der Widerstand

$$W = c_w \cdot \frac{\varrho}{2} F v^2$$

und die resultierende Kraft

$$R = c_r \cdot \frac{\varrho}{2} F v^2.$$

Da nach Pythagoras $R^2 = A^2 + W^2$ ist so ist auch

$$c_r^2 = c_a^2 + c_w^2.$$

Die Beiwerte c_a, c_w, c_r sind, wie erwähnt, nur von der Form des Körpers und seiner Stellung zur Windrichtung abhängig, nicht aber von der Windgeschwindigkeit und der Größe des Körpers. Geometrisch ähnliche Körper haben dieselben Beiwerte [1]).

Bezüglich der Fläche F in den vorstehenden Formeln ist zur eindeutigen Darstellung der Beiwerte festzulegen, was man als Fläche zugrunde legen will. Bei Tragflügeln ist es üblich, die größte Projektion zu wählen. Bei einem rechteckigen Flügel von der Spannweite l und der Flügeltiefe t (Abb. 14) ist demnach $F = l \cdot t$. Bei Körpern, welche in der Hauptsache nur eine Widerstandskomponente ergeben, wird gewöhnlich die größte Querschnittsfläche senkrecht zur Windrichtung, der sogenannte Hauptspant, zugrunde gelegt.

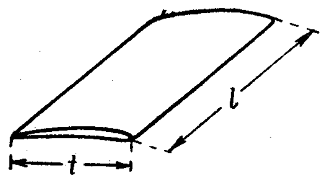

Abb. 14. Tragflügel. t = Flügeltiefe oder Flügelbreite, l = Flügellänge oder Spannweite.

Anstellwinkel α.

Auftrieb und Widerstand hängen bei einem Flügel wesentlich vom Anstellwinkel ab, d. i. jenem Winkel, den die Sehne des Profiles mit der Windrichtung bildet (Abb. 15, Winkel α). Die Darstellung der mit den einzelnen Flügelprofilen gewonnenen Versuchsergebnisse geschieht mittels einer Kurve in der Weise, daß der Abstand eines Punktes der Kurve von der horizontalen Grundlinie (Abszissenachse) die Auftriebsziffer, der Abstand desselben Punktes von der lotrechten Grundlinie (Ordinatenachse) die Widerstandsziffer bei einem bestimmten Anstellwinkel darstellen. Der Anstellwinkel, für den diese Werte gelten, ist an die einzelnen Punkte der Kurve beigeschrieben (Abb. 16—21 Anhang).

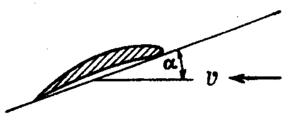

Abb. 15. Anstellwinkel α.

Da die Widerstandsbeiwerte für gute Flügelprofile wesentlich kleiner sind als die Auftriebsbeiwerte, ist der Maßstab für die Widerstandsziffern 5mal so groß genommen, wie der für die Auftriebsziffern.

[1]) Bei manchen Formen sind die Luftkraftziffern auch von der Größe des Körpers und der Geschwindigkeit abhängig Hauptsächlich tritt diese Erscheinung bei rundlichen Körpern (Kugel, Zylinder, Luftschiffkörper, vergl. Anhang Tabelle 4) auf, bei den meisten anderen Körpern ist diese Abhängigkeit nur unerheblich.

Einfluß der Flügelenden, induzierter Widerstand c_{wi}.

Bei einem gewöhnlichen Flügel treten meist an den Flügelenden sehr erhebliche Energieverluste und damit Widerstände auf, welche vielfach den eigentlichen Profilwiderstand wesentlich übersteigen. In den dargestellten Diagrammen ist dieser sogenannte Randwiderstand oder induzierte Widerstand nicht mit enthalten, da er mit der Profilform nichts zu tun hat. Die Diagramme gelten demnach für Flügel, bei denen die Spannweite außerordentlich groß gegenüber der Flügeltiefe ist. Bei Flügeln mit begrenzter Spannweite erhöht sich, wie die Theorie der Tragflügel lehrt, der Widerstandsbeiwert um den Betrag

$$c_{wi} = \frac{c_a^2}{\pi} \frac{l}{t}.$$

Die dargestellten Werte gelten nur für glatte Oberflächen. Unebenheiten (Vorsprünge) besonders auf der Saugseite (konvexe Seite) können die Flügel ganz erheblich verschlechtern, so daß der Auftrieb kleiner und der Widerstand größer wird.

Bei der Gewinnung der Windenergie spielt der Wirkungsgrad nicht eine so entscheidende Rolle wie bei anderer Energieumsetzung.

Bei den meisten Maschinen, welche Energie umsetzen, ist der Wirkungsgrad von ausschlagebender Bedeutung, man sucht daher bei der Energieübertragung zwischen Flüssigkeiten (Luft) und festen Körpern möglichst den Auftrieb zu verwenden, der keine Energieverluste mit sich bringt, und den schädlichen Widerstand möglichst zu vermeiden. Bei der Gewinnung der Windenergie liegen die Verhältnisse insofern etwas anders als beliebig viel Energie vorhanden ist und es sich darum handelt, möglichst billig einen Teil davon zu gewinnen. Es würde daher an sich nichts schaden, wenn ein Teil der Energie, die sonst doch ungenützt vorbeiströmt, in Wirbel und Wärme verwandelt würde. Tatsächlich sind auch Windräder konstruiert worden, bei denen nicht der Auftrieb sondern der Widerstand von Körpern zum Antrieb verwandt wird. Es hat sich jedoch keine dieser Konstruktionen bewährt. Immerhin dürfte es sich empfehlen, die Verhältnisse der Energieumsetzung bei solchen Einrichtungen zu betrachten. Wir wollen hier wieder nur eine idealisierte Form zugrunde legen, bei der die Verhältnisse möglichst einfach zu übersehen sind. Spezielle Ausführungen werden später noch erörtert werden (S. 52).

Man könnte daher unter Umständen anstatt mit dem Auftrieb auch mit dem Widerstand arbeiten.

Denken wir uns ein Brett senkrecht zum Wind gestellt, so erfährt dieses eine Kraft (Abb. 22). Wenn wir nun Arbeit gewinnen wollen, so müssen wir das Brett in der Richtung dieser Kraft, also in der Richtung des Windes verschieben. Ist die Geschwindigkeit, mit der wir das Brett bewegen v', so gewinnen wir die Leistung $W \cdot v'$. Durch diese Bewegung wird aber die Geschwindigkeit des Windes, relativ zum Brett kleiner und damit auch die Kraft W. Würden wir z. B. das Brett ebenso schnell bewegen wie der Wind weht, so würden wir gar keine Kraft und damit auch keine Nutzleistung erhalten. Ist die Windgeschwindigkeit v, die Geschwindigkeit des Brettes v', so bleibt eine Relativgeschwindigkeit v—v' übrig. Wenn die Fläche des Brettes F und die Widerstandsziffer c_w ist, so wird die Kraft

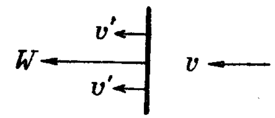

Abb. 22. Gewinnung von Windenergie mittels eines Widerstandskörpers.

$$W = \frac{\varrho}{2} c_w F (v - v')^2$$

und die Nutzleistung $L = Wv' = \frac{\varrho}{2} c_w F (v - v')^2 v'$. Vergleichen wir diese Leistung wieder wie früher bei unserem idealen Windrad mit einer Leistung L_0, welche in der

Sekunde bei ungestörtem Winde durch eine Fläche F strömt,

$$L_0 = \frac{\varrho}{2} F v^3,$$

so erhalten wir

$$\frac{L}{L_0} = c_w \left(1 - \frac{v'}{v}\right)^2 \frac{v'}{v}.$$

In Abb. 23 ist dieser Zusammenhang graphisch dargestellt ganz entsprechend wie in Abb. 9. Man ersieht daraus, daß der größte Wert von $\frac{L}{L_0} = \frac{4}{27} c_w$ ist und erreicht wird, wenn man $\frac{v'}{v} = \frac{1}{3}$ macht. Da c_w bei einem Brett und bei anderen günstigen Widerstandskörpern etwa 1,3 ist, so ist bei dieser Einrichtung $L_{max} \approx \frac{5,2}{27} L_0$. Früher beim idealisierten Windrad hatten wir $L_{max} = \frac{16}{27} L_0$ gefunden. Dabei war aber dort L_0 auf die ganze von den Flügeln bestrichene Fläche bezogen, während die Flügelfläche selbst wesentlich kleiner sein konnte. Man sieht aus dieser Überlegung, daß man bei Verwendung des Widerstandes anstelle des Auftriebes erheblich größere Flügelflächen braucht, um die gleiche Energie zu gewinnen. Dafür sind allerdings die Anforderungen bezüglich sorgfältiger Ausbildung der Form der Flügel geringer, so daß sich dadurch u. U. eine Verbilligung ergeben könnte. Wie aber bereits erwähnt, haben sich Windmühlen nach diesem Prinzip bis jetzt nicht einbürgern können, so daß man daraus schließen kann, daß sie den normalen Anordnungen wirtschaftlich unterlegen sind.

Windmühlen nach diesem Prinzip ergeben eine schlechte Ausnützung der Flächen.

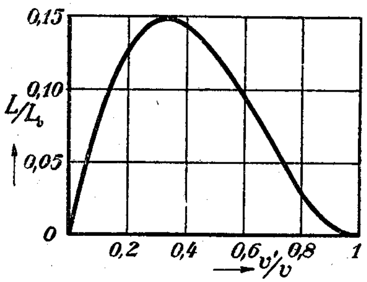

Abb. 23. Abhängigkeit der gewonnenen Leistung von der Geschwindigkeit des Widerstandskörpers.

Es mag vielleicht noch interessieren, wie viel Energie bei dem besprochenen Vorgang in der Sekunde verloren geht. Dies ist, wie man leicht einsieht:

$$L_{Verl.} = \frac{\varrho}{2} (v - v')^2 F c_w.$$

Für den Fall der günstigen Energiegewinnung mit $v' = \frac{1}{3} v$ wird

$$L_{Verl.} = L_0 \frac{8}{27} c_w.$$

Es wird also doppelt soviel Energie vernichtet (bezw. in Wärme verwandelt) als gewonnen wird.

b) Vorgänge am Windmühlenflügel.

Normale Windräder benützen den Auftrieb der Flügel zur Energieübertragung.

Als wirtschaftlichstes Verfahren hat sich bis jetzt auch bei Windkraftwerken die Benützung des **Auftriebes** von Flügeln für die Energieumsetzung bewährt. Die Bewegung des Flügels findet dabei senkrecht zur Windrichtung statt. Die Anordnung ist fast stets so, daß die Flügel radial zu einer Achse befestigt sind und mit dieser umlaufen (Abb. 6).

Infolge der Drehung hat jede Stelle des Flügels eine bestimmte Geschwindigkeit u senkrecht zur Achsenrichtung. Ein Punkt im Abstand r von der Achse legt bei einer Umdrehung einen Weg von der Länge $2 r \pi$ zurück. Macht das Windrad n Umdrehungen in der Minute, in der Sekunde also $\frac{n}{60}$, so legt dieser Punkt in der Sekunde einen Weg $2 r \pi \cdot \frac{n}{60}$ zurück. Mithin ist seine Geschwindigkeit

$$u = 2 r \pi \cdot \frac{n}{60} = r \omega,$$

wobei $\omega = 2 \pi \frac{n}{60}$ als Winkelgeschwindigkeit bezeichnet wird.

Infolge dieser Bewegung befindet sich eine Stelle des Flügels im Abstand r von der Achse in einem scheinbaren Winde von der Geschwindigkeit

$$u_1 = - r \omega,$$

Geschwindigkeiten und Kräfte am Flügel.

welche der Bewegung des Flügels entgegengesetzt ist. Weht nun außerdem noch der Wind in axialer Richtung gegen das Rad, so ergeben die beiden Strömungen eine schräg gerichtete Resultierende c (Abb. 24). Wir dürfen dabei aber nicht ohne weiteres die Geschwindigkeit v des ungestörten Windes zugrunde legen. Wissen wir doch schon aus den Überlegungen über das idealisierte Windrad, daß die Durchflußgeschwindigkeit durch das Rad v' im günstigsten Falle etwa ²/₃ v ist. Außer dieser Verzögerung der Windgeschwindigkeit tritt auch noch eine Ablenkung der Windrichtung durch die Flügel ein. Diese letztere ist jedoch in den meisten praktisch wichtigen Fällen nicht so erheblich [1]), daß dadurch die Vor-

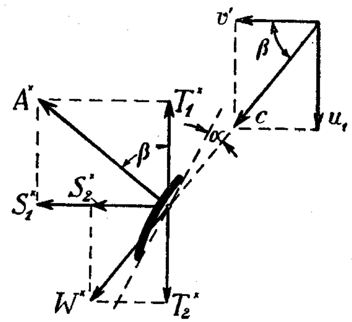

Abb. 24. Geschwindigkeit und Kräfte an einem Windmühlenflügel.

[1]) Mit der durch diese Ablenkung erzeugten Querbewegung der Luft ist an sich ein Energieverlust verbunden. Andererseits bewirkt aber diese Querbewegung, daß die Durchflußgeschwindigkeit durch das Windrad v' etwas größer als $\frac{v + v_2}{2}$ (wie ohne die Querbewegung) ist (vergl. auch Anm. S. 10). Dadurch steigt die Leistungsfähigkeit des Rades, an Stelle des Faktors $\frac{16}{27}$ (S. 12) tritt ein etwas größerer (Herr Prof. Reißner hat hierauf zuerst hingewiesen). Beide Wirkungen: der Energieverlust und die Erhöhung der Leistungsfähigkeit dürften sich in den meisten Fällen zum großen Teil aufheben. Ob es Fälle gibt, in denen der günstige Einfluß der Querbewegung überwiegt, so daß also die maximale theoretische Leistung (S. 12) überschritten werden könnte, läßt sich z. Z. noch nicht mit Bestimmtheit sagen.

gänge wesentlich beeinflußt würden. Wir wollen daher der Einfachheit halber diese Nebenerscheinung vernachlässigen [1]). Der Winkel β, den die resultierende Geschwindigkeit c mit der Achsenrichtung bildet, ergibt sich, wie man aus Abb. 24 ersehen kann, durch die Beziehung

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{u}{v'} \text{ oder } \sin\beta = \frac{u}{c} \text{ oder } \cos\beta = \frac{v'}{c}.$$

Wird nun der Flügel so eingestellt, daß er an einer bestimmten Stelle (für jeden Abstand r von der Achse sind ja die Verhältnisse anders) einen günstigen Anstellwinkel α zu dieser schrägen Windrichtung besitzt, so erfährt ein Stück des Flügels von der Fläche f in der Umgebung dieser Stelle einen Auftrieb

$$A^* = \frac{\varrho}{2}\, c^2 f\, c_a \text{ [2])}$$

und einen im Vergleich hierzu kleinen Widerstand

$$W^* = \frac{\varrho}{2}\, c^2 f\, c_w \text{ [2])}$$

(Abb. 24). Vom Auftrieb fällt eine Komponente

$$T_1^* = A^* \cos\beta$$

in die Richtung der Flügelbewegung (Abb. 24). Die entsprechende Komponente des Widerstandes

$$T_2^* = W^* \sin\beta$$

ist der Bewegung entgegengesetzt, und wir erhalten daher als Kraft, welche den Flügel antreibt

$$T^* = T_1^* - T_2^* = A^* \cos\beta - W^* \sin\beta.$$

[1]) Beim Windrad tritt, wie schon einmal betont, der Gesichtspunkt des guten Wirkungsgrades hinter manchen anderen zurück. Aus diesem Grunde wird man ohnehin schwerlich die mit einer genaueren Theorie gewonnenen Feinheiten ausnützen können. An sich sind die Vorgänge im Prinzip ziemlich vollständig geklärt, wenn auch einzelne auftretende Fragen noch nicht so durchgearbeitet sind, daß man sie restlos quantitativ beantworten könnte. Am meisten wurden die Vorgänge an Schraubenpropellern behandelt, aber bei der großen Ähnlichkeit der Vorgänge von Propellern und Windmühlen lassen sich sehr viele Ergebnisse auf Windmühlen übertragen. Für diejenigen Leser, welche sich stärker für diese theoretischen Fragen interessieren, sei z. B. auf die folgenden Arbeiten verwiesen:

Föttinger, Neue Grundlagen für die theoretische und experimentelle Behandlung des Propellerproblems. Jahrb. d. Schiffsbautechn. Gesellschaft Bd. 19 (1918) S. 385.

Betz, Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust. Mit einem Zusatz von L. Prandtl, Nachr. v. d. K. Gesellschaft d. Wissenschaften zu Göttingen. Math.-Phys. Kl. (1919) S. 193.

Diese beiden Arbeiten setzen erhebliche mathematische Vorkenntnisse voraus. Eine mehr gemeinverständliche Darstellung der Propellerprobleme enthält der Artikel

Betz, Die Vorgänge beim Schraubenpropeller, Die Naturwissenschaften 1921 S. 309.

[2]) A^*, W^* sowie S^* und T^* bezeichnen die Kräfte, welche auf ein kleines Stück f des Flügels wirken. Um sie von den Kräften, welche auf das ganze Windrad wirken, zu unterscheiden, sind sie mit * bezeichnet.

Die anderen beiden Komponenten $S_1^* = A^* \sin\beta$ und $S_2^* = W^* \cos\beta$ wirken beide in der Achsenrichtung, und wir erhalten als Kraft in axialer Richtung

$$S^* = S_1^* + S_2^* = A^* \sin\beta + W^* \cos\beta.$$

Um den Anschluß an die Theorie des idealisierten Windrades herzustellen, wollen wir zunächst den Einfluß des Widerstandes vernachlässigen, der ja im wesentlichen die Verluste und damit auch die Abweichung von den Ergebnissen dieser Theorie bedingt. Wir können dies umso eher als wir ja wissen, daß bei den Formen, welche man als Flügel verwendet, der Widerstand im Verhältnis zum Auftrieb klein ist. Wir erhalten demnach näherungsweise

Im Anschluß an die Theorie des idealisierten Windrades läßt sich die erforderliche Flügelbreite berechnen.

$$S^* = A^* \sin\beta$$
$$T^* = A^* \cos\beta$$

oder

$$\frac{S^*}{T^*} = \operatorname{tg}\beta = \frac{u}{v'}.$$

Wir können diese Überlegungen nur für ein kleines Flächenstückchen f des Flügels durchführen, da innerhalb dieses Stückchens der Radius r annähernd derselbe bleiben muß, sonst wären ja auch u und in geringerem Maße auch die anderen Größen von Punkt zu Punkt verschieden. Wir können aber den ganzen Flügel in lauter genügend kleine Flächenstückchen einteilen, die Kräfte (bezw. die übertragenen Leistungen) für jedes Stück berechnen und erhalten dann schließlich durch Addition aller dieser Kräfte bezw. Leistungen die Kräfte und Leistungen für den ganzen Flügel. Für Überschlagsrechnungen genügt es übrigens vielfach die Verhältnisse nur für einen Punkt zu ermitteln, dessen Entfernung r von der Achse etwa $^2/_3$ des Außenradius beträgt, und diese Verhältnisse für den ganzen Flügel als maßgebend anzusehen.

Wählen wir von jedem Flügel im Abstand r von der Achse ein Stückchen von der Länge l aus (Abb. 25), so ist die Fläche eines solchen Stückchens

$$f = l \cdot t$$

wenn t die Breite des Flügels (die Profiltiefe) an der betreffenden Stelle ist. Der Auftrieb eines solchen Stückchens ist, wie wir oben sahen,

$$A^* = \frac{\varrho}{2}\, c^2\, l\, t\, c_a.$$

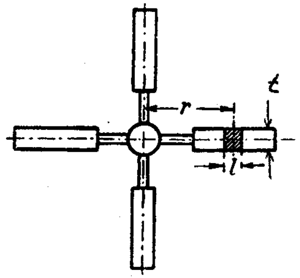

Abb. 25.

Sind z Flügel vorhanden, so ergibt sich für jedes Stückchen diese Kraft und wir erhalten von den Flügelstückchen der z Flügel die Komponente

$$S^* = z A^* \sin\beta = z \frac{\varrho}{2} u c l t c_a,$$

wobei noch $\sin\beta = \frac{u}{c}$ eingesetzt ist.

Diese Kraft S^* wirkt verzögernd auf die Luft. Wir können angenähert annehmen, daß diese Kraft S^* die Luft beeinflußt, welche durch die von den Flügelstückchen bestrichene Ringfläche des Windrades hindurchströmt [1]). Die Größe dieser Ringfläche (Abb. 26) ist $2r\pi\cdot l$ und die Luftmenge, welche sekundlich hindurchströmt, ist

$$Q^* = 2r\pi\cdot l\cdot v'.$$

Diese Luftmenge muß durch die Kraft S^* in jeder Sekunde von der Geschwindigkeit v_1 vor dem Windrade (identisch mit der Windgeschwindigkeit v) auf die Geschwindigkeit v_2 hinter dem Windrade verzögert werden. Es muß demnach sein (vergl. auch die entsprechenden Überlegungen über das idealisierte Windrad S. 10)

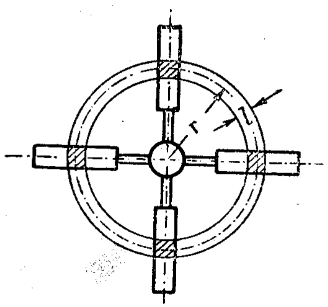

Abb. 26. Einflußzone von einzelnen Flügelabschnitten.

$$S^* = \varrho\, Q^* (v_1 - v_2).$$

Wir wissen bereits von unseren früheren Überlegungen her (S. 11), daß $v' = \frac{v_1 + v_2}{2}$, also das arithmetische Mittel von v_1 und v_2, ist. Infolgedessen können wir $v_1 - v_2 = 2(v - v')$ setzen. Setzen wir für S^* und Q^* die obigen Werte ein, so erhalten wir

$$z\frac{\varrho}{2} u c l t c_a = 2r\pi\cdot\varrho\cdot l\cdot v'\, 2(v - v')$$

oder

$$\boxed{t = \frac{2r\pi}{z}\cdot\frac{4}{c_a}\cdot\frac{v'}{u}\cdot\frac{v-v'}{c}}$$

d. h. wir erhalten die Flügelbreite t, welche nötig ist, um die Geschwindigkeit der Luft von v_1 ($= v$) auf v_2 zu verringern, bezw. um eine bestimmte Durchflußgeschwindigkeit v' zu erreichen. Wir wissen aus den Überlegungen beim idealisierten Windrad, daß zur besten Ausnutzung des Windes $v' = \frac{2}{3} v$ sein soll. Setzen wir diesen Wert ein, so erhalten wir

$$\boxed{t_{opt} = \frac{2r\pi}{z}\cdot\frac{8}{9c_a}\cdot\frac{v^2}{u c}.}$$

[1]) Vergl. Anm. S. 10.

$2r\pi$ ist der Umfang des Kreises, auf dem die Flügelstückchen liegen (Abb. 26). $\frac{2r\pi}{z}$ ist demnach der Abstand der Flügel auf diesem Kreise gemessen. Daß die Flügeltiefe t diesem Abstand proportional ist, leuchtet wohl ohne weiteres ein, da das Verhältnis der Tiefe der Flügel zu deren Abstand die Dichte der Flügelverteilung (den Völligkeitsgrad) ausdrückt; und unter sonst gleichen Umständen ist diese Flügeldichte natürlich für die Verzögerung der durchströmenden Luft maßgebend. Der Rest des Ausdruckes in der vorstehenden Formel $\frac{8}{9c_a}\cdot\frac{v^2}{uc}$ gibt an, wie groß diese Flügeldichte sein muß, damit die Luft auf $\frac{1}{3}$ ihrer Geschwindigkeit verzögert wird. Daß die Flügeltiefe umso kleiner sein muß, je größer c_a ist, ist auch ohne weiteres verständlich, da es ja für die Wirkung nicht auf die Flügelgröße sondern auf die Kraft ankommt, welche der Flügel ausübt, und diese ist proportional $t\cdot c_a$. Von besonderer Wichtigkeit ist das letzte Glied $\frac{v^2}{uc}$. Wenn die Flügel im Verhältnis zur Windgeschwindigkeit v schnell umlaufen, so wird $\frac{v}{u}$ klein, und da $c = \sqrt{v'^2 + u^2}$ auch $\frac{v}{c}$. Solche Schnelläufer müssen daher wenige und schmale Flügel erhalten (Beispiel die bekannten vierflügeligen Windmühlen), Langsamläufer dagegen, bei denen $\frac{v}{u}$ sowie $\frac{v}{c}$ wesentlich größer ist, brauchen eine größere Flügeldichte, was meist durch eine große Zahl von Flügeln verwirklicht wird (Beispiel die vielfach auch als Windturbinen oder Windrosen bezeichneten Räder).

Schnelläufer haben wenige schmale Flügel, Langsamläufer viele oder breite Flügel.

Damit haben wir einen Zusammenhang zwischen den Vorgängen an den Flügeln und der Theorie des idealisierten Windrades gewonnen, indem wir wissen, wie groß wir die Flügel machen müssen, um dem durch die Theorie des idealisierten Windrades gegebenen größten Energiegewinn möglichst nahe zu kommen. Wir müssen nun ein günstiges Profil auswählen, wobei natürlich außer dem aerodynamischen Gesichtspunkt, eine gute Gleitzahl zu haben, auch praktische Gesichtspunkte, insbesondere Herstellungskosten und Festigkeit, mitsprechen. Dieses Profil stellen wir mit einen günstigen Anstellwinkel α gegen die Relativgeschwindigkeit c ein. Der Winkel der Profilsehne mit der Achse des Rades ist dann $\beta + \alpha$ (Abb. 24). Mit dem Anstellwinkel ist auch die Auftriebsziffer c_a gegeben (Diagramme 16 bis 21). Die Art und Weise, wie eine solche Rechnung vor sich gehen kann, wird am besten an einigen Beispielen klar werden. Bevor wir aber diese Beispiele bringen, wollen wir uns noch einigen anderen Fragen zuwenden.

Die Komponente $T^* = A^* \cos \beta$ treibt den Windmühlenflügel vorwärts, und da das Flächenstückchen sich bei der Drehung des Flügels mit der Geschwindigkeit u bewegt, so wird die nutzbare sekundliche Arbeit $T^* \cdot u$ geleistet. Die vom Wind abgegebene Leistung ist aber $S^* \cdot v'$ (vergl. die vorhergehenden Überlegungen) und da

$$\frac{S^*}{T^*} = \frac{u}{v'}$$

ist (S. 23), so sehen wir, daß die vom Wind abgegebene Leistung $S^* \cdot v' = T^* \cdot u$ also gleich der vom Flügel weitergegebenen Leistung ist. Ein Verlust findet dabei nicht statt, da wir ja bei diesen Betrachtungen den Widerstand der Flügel, der eben die Verluste bedingt, vernachlässigt haben. Da uns aber die Verluste wesentlich interessieren, so müssen wir uns nun der Frage zuwenden, wie diese Verhältnisse sich ändern, wenn wir den Widerstand in der Rechnung beibehalten.

Zur Ermittlung des Wirkungsgrades der Flügel muß der Widerstand derselben berücksichtigt werden.

Bei Berücksichtigung des Widerstandes hatten wir für die axiale und die tangentiale Kraftkomponente gefunden (s. S. 22 u. 23)

$$S^* = A^* \sin \beta + W^* \cos \beta = A^* \sin \beta \, (1 + \varepsilon \operatorname{ctg} \beta)$$
$$T^* = A^* \cos \beta - W^* \sin \beta = A^* \cos \beta \, (1 - \varepsilon \operatorname{tg} \beta)$$

wobei $\varepsilon = \frac{W}{A}$ die Gleitzahl des Profiles (S. 17) ist. Die vom Winde abgegebene Leistung ist $S^* v'$. Die vom Flügel geleistete Arbeit ist $T^* u$ mithin der Flügelwirkungsgrad

$$\eta_F^* = \frac{T^* u}{S^* v'} = \frac{1 - \varepsilon \operatorname{tg} \beta}{1 + \varepsilon \operatorname{ctg} \beta} \cdot \frac{\cos \beta}{\sin \beta} \cdot \frac{u}{v'}$$

da aber $\frac{u}{v'} = \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$ ist, so wird

$$\boxed{\eta_F^* = \frac{1 - \varepsilon \operatorname{tg} \beta}{1 + \varepsilon \operatorname{ctg} \beta}.}$$

Wir hatten bereits bei der Ermittlung der Flügelbreite einen wesentlichen Unterschied zwischen Schnell- und Langsamläufern gefunden. Auch hier bei der Berechnung des Wirkungsgrades tritt uns wieder die Schnellläufigkeit als maßgebender Faktor entgegen. Wenn bei einer Windmühle die Spitzengeschwindigkeit u groß ist im Vergleich zur Windgeschwindigkeit v, so ist sie natürlich erst recht groß gegenüber der Durchflußgeschwindigkeit v', da ja letztere stets kleiner als v (im günstigsten Falle, wie wir wissen, $^2/_3$ v) ist. Bei solchen Schnelläufern macht sich der schädliche Einfluß des Wider-

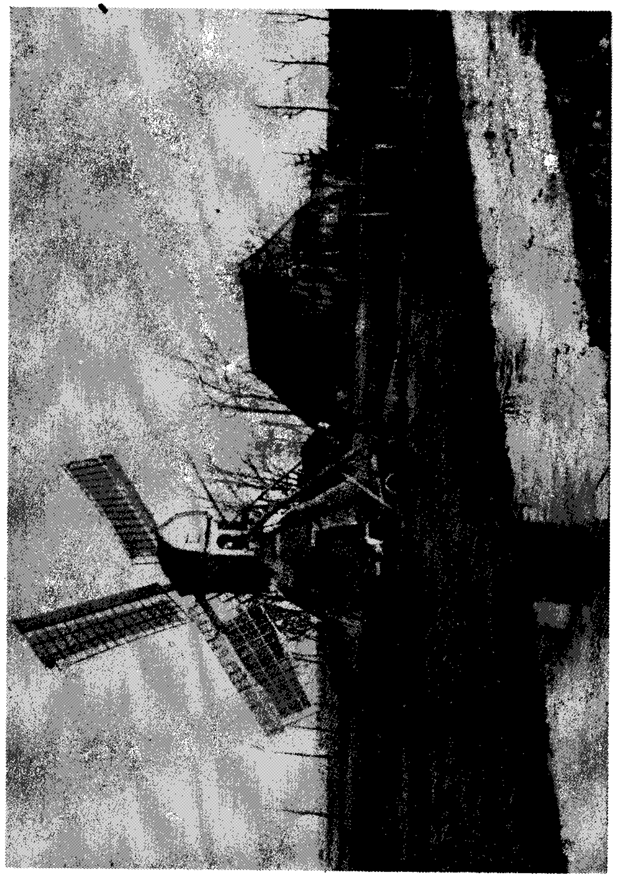

Abb. 42. Älterer Schnelläufer-Typ. Infolge der schlechten Profilform ist nur eine mäßige Schnelläufigkeit $\left(\frac{u}{v} \approx 2^1/_3\right)$ erreichbar.

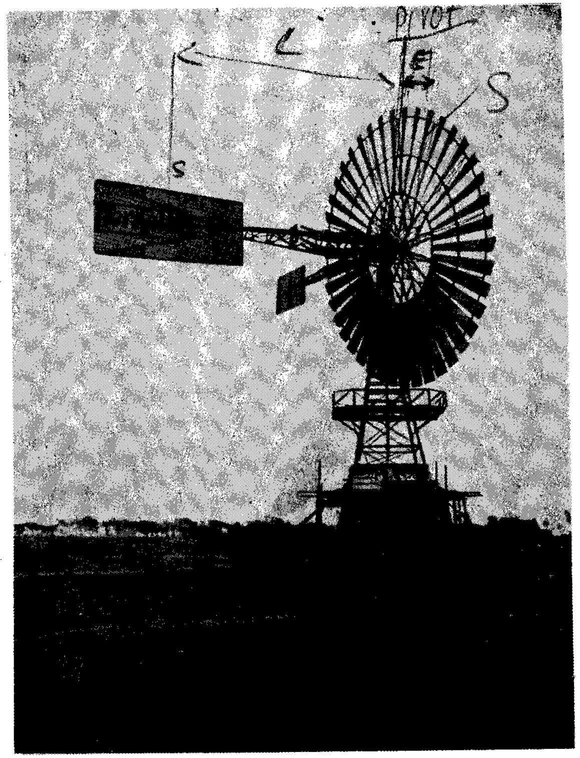

Abb. 43. Herkules-Windrad von 15 *m* Durchmesser, erbaut von den Vereinigten Windturbinenwerken A.-G. in Dresden. Räder von dieser Größe stellen ungefähr die obere Grenze dar, welche heute noch wirtschaftlich ist.

standes besonders stark bemerkbar, indem in dem Ausdruck für den Wirkungsgrad η_F^* die Gleitzahl ε im Zähler mit dem großen Verhältnis $\operatorname{tg} \beta = \frac{u}{v'}$ multipliziert wird. Man muß daher bei solchen Schnelläufern insbesondere in den äußeren Teilen des Flügels, wo die Umfangsgeschwindigkeit am größten ist, darauf achten, daß man Profile mit guter Gleitzahl verwendet. Bei Langsamläufern, bei denen $\frac{u}{v'}$ überall verhältnismäßig klein ist, spielt die Gleitzahl der Profile nur eine untergeordnete Rolle. Der Fall, daß $\frac{u}{v'}$ erheblich kleiner als 1, $\operatorname{ctg} \beta = \frac{v'}{u}$ also groß ist, und den Nenner des Ausdruckes für η_F^* verschlechtert, kommt praktisch kaum in Betracht. Man kann daher für Langsamläufer auch ziemlich schlechte Profile verwenden, die meist billiger herzustellen sind. Dasselbe gilt auch für die nahe der Achse gelegenen Flügelteile von Schnelläufern. (Über die sonstigen Vorzüge und Nachteile der Schnell- und Langsamläufer s. das 4. Kapitel.)

Für Schnelläufer ist eine gute Gleitzahl besonders wichtig.

Damit sind die ausschlaggebenden Erscheinungen, welche bei den Vorgängen am Windmühlenflügel auftreten, im wesentlichen klargestellt. Wir müssen aber doch noch einen Punkt behandeln: den Einfluß der Flügelzahl bezw. des Abstandes der Flügel. Er spielt zwar, wie wir sehen werden, keine sehr wichtige Rolle, seine Klarstellung ist aber nötig um eine Reihe der bisherigen Überlegungen auf eine sichere Grundlage zu stellen. Wir hatten ja bisher immer vorausgesetzt, daß wir alle Luft, welche durch die von den Flügeln bestrichene Kreisfläche strömt, beliebig durch die Flügel beeinflussen können. Wenn sehr viele Flügel vorhanden sind, so trifft diese Voraussetzung auch einigermaßen zu. Wenn die Flügel aber weit voneinander entfernt stehen, so ergeben sich gewisse Minderleistungen, da der Kreis nicht mehr ganz ausgenutzt werden kann.

Der große Abstand der Flügel hat zur Folge, daß die Kräfte nach den Flügelspitzen hin abfallen.

Wir haben bereits früher (S. 8) darauf hingewiesen, daß dieser Einfluß des Flügelabstandes nicht so groß ist, als man bei oberflächlicher Betrachtung meinen möchte. Es hängt dies damit zusammen, daß die Räder mit großem Flügelabstand zugleich Schnelläufer sind. Denken wir uns zur bequemeren zeichnerischen Darstellung die einzelnen Flügel nicht im Kreis umlaufend, sondern geradlinig hintereinander herlaufend, so erhalten wir ein Bild wie in Abb. 27 dargestellt. Die Luft strömt relativ zu den Flügeln mit der Geschwindigkeit c, welche infolge der Eigenbewegung schräg zur Windradebene liegt. Man sieht aus der Abbildung, daß jeder Flügel einen Luftstreifen von der Breite b beeinflussen muß. Wegen des schrägen Durchflusses ist diese Breite b wesentlich kleiner als der Flügelabstand a:

$$b = a \cos \beta.$$

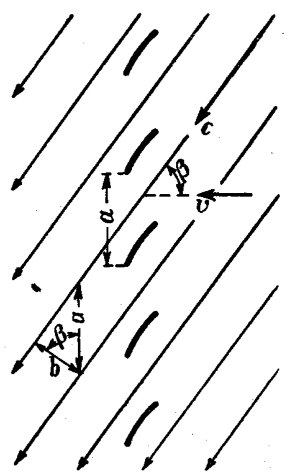

Abb. 27. Verteilung der Luft auf die einzelnen Flügel.

Es ist also für die Ungleichmäßigkeit der Beeinflussung nicht der Flügelabstand a, sondern die erheblich kleinere Luftstreifenbreite b maßgebend. Die genauere Behandlung dieser Vorgänge würde hier zu weit führen. Man kann aber zeigen, daß die Ungleichmäßigkeit überhaupt bald hinter den Flügeln sich fast vollständig ausgleicht, wenn sich die Flügel senkrecht zur Zeichenebene (Abb. 27) noch weit nach beiden Seiten ohne erhebliche Änderung der Abmessungen erstrecken. Anders ist es jedoch in der Nähe der Flügelenden: Gleichzeitig mit dem Ausgleich zwischen den Flügeln (über die Strecke b) findet nämlich auch ein Ausgleich in der Richtung der Flügellänge, d. i. in Abb. 27 senkrecht zur Zeichenebene oder beim normalen Windrade in radialer Richtung statt. Ändern sich die Verhältnisse in der Nachbarschaft des betrachteten Querschnitts nicht erheblich, so spielt natürlich ein solcher Ausgleich keine Rolle. An den Flügelenden tritt aber eine ganz erhebliche Änderung ein, indem ja dort die Kraftwirkung ganz aufhört. Durch den Ausgleich tritt hier ein allmählicher Abfall der von den Flügeln bewirkten Luftverzögerung ein (Abb. 28). Dieser Abfall erstreckt sich vom Flügelende, d. i. vom Umfange der Windradkreisfläche umso weiter nach innen, je größer die Luftstreifenbreite b (Abb. 27) ist. Die äußeren Teile der Windradkreisfläche kommen also nicht in demselben Maße zur Wirkung wie die weiter innen liegenden Teile. Man kann dies in der Weise berücksichtigen, daß man anstatt des wirklichen Windraddurchmessers D einen wirksamen Durchmesser D′ einführt, der etwas kleiner ist, der aber bei voller Ausnutzung des Rades bis an den Rand dieselbe Wirkung ergeben würde, wie der wirkliche Durchmesser mit dem Abfall am Rande. Es ist nach dem Gesagten auch einleuchtend, daß sich der Abfall der Wirkung an den Flügelenden umso weiter nach innen erstreckt, je größer die Luftstreifenbreite b ist. Auf Grund von Rechnungen[1]), die zwar für Propeller angestellt sind, die man aber an-

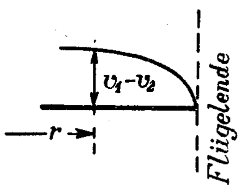

Abb. 28. Abfall der Flügelwirkung an den Enden.

Rechnerisch kann dieser Abfall durch Einführung eines gleichwertigen Durchmessers berücksichtigt werden.

[1]) Prandtl, Zusatz zu dem Artikel Betz, Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust (vergl. Anm. 1 S. 22).

genähert auf die vorliegenden Verhältnisse bei Windrädern anwenden kann, ist die Differenz zwischen wirklichem und wirksamem Durchmesser

$$D - D' = 0{,}44\ b.$$

c) Zahlenbeispiele für normale Verhältnisse.

Es sei die Aufgabe gestellt, für eine Windgeschwindigkeit von $v = 5\ m/sek$ ein Windrad von $L_n = \text{ca } 20\ PS = 1500\ mkg/sek$ Nutzleistung einmal als Langsamläufer und einmal als Schnelläufer zu entwerfen. Beim Langsamläufer soll das Verhältnis der Spitzengeschwindigkeit u zur Windgeschwindigkeit v beim normalen Betriebszustand $\frac{u}{v} = 1{,}2$, beim Schnelläufer $\frac{u}{v} = 6$ sein. Für den Langsamläufer sollen z = 20 Flügel, für den Schnelläufer z = 4 Flügel vorgesehen werden.

1. Ermittlung des wirksamen Durchmessers D′.

Da wir den Wind möglichst gut ausnützen wollen, müssen wir dafür Sorge tragen, daß die Geschwindigkeit desselben überall auf $^1/_3$ abgebremst wird, so daß Verluste durch unrichtige Abbremsung wegfallen. Wenn wir den inneren Teil des Rades, der in der Regel nicht benützt wird, nicht mitrechnen (Anm. S. 14), so haben wir für den übrigen Teil des Rades nur die vom Flügelwiderstand herrührenden Verluste zu berücksichtigen, welche durch den Flügelwirkungsgrad η_F zum Ausdruck gebracht werden. Dieser Flügelwirkungsgrad η_F möge für beide Typen auf etwa 90 % geschätzt werden.

Ist F der von den Flügeln bestrichene Teil der ganzen Kreisfläche und F′ der wirksame Teil davon (S. 28), so ist nach S. 14

$$L_n = \eta_F \cdot \frac{16}{27} \cdot \frac{\varrho}{2}\, v^3 \cdot F'.$$

Daraus finden wir die wirksame Windrad-Fläche

$$F' = \frac{L_n \cdot 27}{\eta_F \cdot 16 \cdot \frac{\varrho}{2}\, v^3} = \frac{1500 \cdot 27}{0{,}9 \cdot 16 \cdot \frac{1}{16} \cdot 125} = 360\ m^2.$$

Der innere Teil eines Windrades bleibt in der Regel unausgenützt, da konstruktive Rücksichten und schlechter Wirkungsgrad eine Ausnützung dieses Teiles erschweren. Diese Schwierigkeiten sind bei Langsamläufern größer als bei Schnelläufern, deshalb wird im allgemeinen die ungenützte Fläche bei Langsamläufern größer sein als Schnelläufern. Wir wollen aber der Einfachheit halber für beide Typen annehmen, daß $^1/_3$ des wirksamen Radius ungenützt bleibt. Für einen wirksamen Durchmesser D' ergibt sich demnach als wirksame Fläche

$$F' = \frac{D'^2\pi}{4} - \left(\frac{D'}{3}\right)^2 \frac{\pi}{4} = D'^2 \frac{\pi}{4} \cdot \frac{8}{9} = D'^2 \pi \cdot \frac{2}{9}.$$

Da wir oben eine wirksame Fläche $F' = 360\ m^2$ als erforderlich fanden, so ergibt sich

$$D'^2 \pi \frac{2}{9} = 360\ m^2$$

$$D' = 22{,}7\ m.$$

2. Ermittelung der Geschwindigkeiten an den Flügelspitzen.

	Langsamläufer	Schnelläufer	Bemerkungen
v	5 *m/sek*	5 *m/sek*	
$v' = \frac{2}{3} v$	$3^1/_3$ „	$3^1/_3$ „	s. S. 12
$\lambda = \frac{u}{v}$	1,2	6	
u	6 *m/sek*	30 *m/sek*	
$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{u}{v'} = \frac{3}{2}\frac{u}{v}$	1,8	9	
β	61°	$83\frac{1}{2}^\circ$	
$\cos\beta$	0,485	0,11	
$c = \sqrt{v'^2 + u^2}$ $= v\sqrt{\left(\frac{v'}{v}\right)^2 + \left(\frac{u}{v}\right)^2}$	$v\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 1{,}2^2}$ $= v \cdot 1{,}37$ $= 6{,}85$ *m/sek*	$v\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 6^2}$ $= v \cdot 6{,}04$ $= 30{,}1$ *m/sek*	s. Abb. 24 Bei Schnellläufern ist $c \approx u$.

3. Ermittelung der wirklichen Durchmesser D.

	Langsamläufer	Schnelläufer	Bemerkungen
Flügelabstand $a = \frac{D'\pi}{z}$	$\frac{22{,}7}{20}\pi$ $= 3{,}56\ m$	$\frac{22{,}7}{4}\pi$ $= 17{,}8\ m.$	
Luftstreifenbreite $b = a\cos\beta$	$3{,}56 \cdot 0{,}485$ $= 1{,}73\ m$	$17{,}8 \cdot 0{,}11$ $= 1{,}96\ m$	s. S. 28
Durchmesser $D = D' + 0{,}44\,b$	$22{,}7 + 0{,}8$ $= 23{,}5\ m$	$22{,}7 + 0{,}9$ $= 23{,}6\ m$	s. S. 29
Umfang $D\pi$	73,9 *m*	74,2 *m.*	
Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{u}{D/2}$	$\frac{6}{11{,}75}$ $= 0{,}51\ sek^{-1}$	$\frac{30}{11{,}8}$ $= 2{,}55\ sek^{-1}.$	s. S. 21
Drehzahl $n = \omega\frac{60}{2\pi}$	$0{,}51 \cdot 9{,}5$ $= 4{,}8$ *Umdr./Min.*	$2{,}55 \cdot 9{,}5$ $= 24$ *Umdr./Min.*	s. S. 21

4. Berechnung der durchschnittlichen Flügelbreite t (auf $^2/_3$ des Radius, vergl. S. 25).

	Langsamläufer	Schnelläufer	Bemerkungen
Auf $^2/_3$ des Radius ist: $2r\pi = \frac{2}{3}D\pi$	$\frac{2}{3} \cdot 73{,}9$ $= 49{,}2\ m$	$\frac{2}{3} \cdot 74{,}2$ $= 49{,}5\ m.$	
$\frac{u}{v}$	$\frac{2}{3} \cdot 1{,}2 = 0{,}8$	$\frac{2}{3} \cdot 6 = 4.$	
$\frac{c}{v} = \sqrt{\left(\frac{v'}{v}\right)^2 + \left(\frac{u}{v}\right)^2}$	$\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 0{,}8^2}$ $= 1{,}04$	$\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 4^2}$ $= 4{,}05.$	
Gewähltes Profil:	Gewölbte Platte, Abb. 17 Pfeilhöhe $f = 0{,}05\,t$	Abb. 20.	
Anstellwinkel α etwa	3°	1,5°	
c_a	0,8	0,7	
Günstigste Flügelbreite t_{opt} $= \frac{\cancel{4}\,2\,r\pi}{z} \cdot \frac{8}{9c_a} \cdot \frac{v}{u} \cdot \frac{v}{c}$	$\frac{2r\pi}{z} \cdot \frac{8}{9 \cdot 0{,}8} \cdot \frac{1}{0{,}8} \cdot \frac{1}{1{,}04}$ $= \frac{49{,}2}{20} \cdot 1{,}33$ $= 3{,}28\ m$	$\frac{2r\pi}{z} \cdot \frac{8}{9 \cdot 0{,}7} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4{,}05}$ $= \frac{49{,}5}{4} \cdot 0{,}0785$ $= 0{,}97\ m$	s. S. 24

5. Berechnung der mittleren Flügelstellung (auf 2/3 des Radius).

	Langsamläufer	Schnelläufer	Bemerkungen
Auf 2/3 des Radius ist $\operatorname{tg}\beta = \frac{u}{v'} = \frac{3}{2}\,\frac{u}{v}$	$\frac{3}{2}\cdot 0{,}8 = 1{,}2$	$\frac{3}{2}\cdot 4 = 6$	
β	50°	80½°	
Anstellwinkel α	3°	1,5°	s. unter 4.
Flügelstellung $\beta + \alpha =$	53°	82°	

6. Berechnung der Flügelbreite und Flügelstellung am äußeren Flügelende.

	Langsamläufer	Schnelläufer	Bemerkungen
$2 r \pi = D \pi$	73,9	74,2	s. unter 3.
$\frac{u}{v}$	1,2	6	
$\frac{c}{v} = \sqrt{\left(\frac{v'}{v}\right)^2 + \left(\frac{u}{v}\right)^2}$	1,37	6,03	s. unter 2.
Profil	Abb. 17	Abb. 21	
Anstellwinkel α	2°	1,5°	
c_a	0,7	0,7	
$t_{opt} = \frac{2 r \pi}{z} \cdot \frac{8}{9 c_a} \cdot \frac{v}{u} \cdot \frac{v}{c}$	$\frac{73{,}9}{20} \cdot 0{,}77 = 2{,}84\ m$	$\frac{74{,}2}{4} \cdot 0{,}035 = 0{,}65\ m$	
$\operatorname{tg}\beta = \frac{u}{v'} = \frac{3}{2}\,\frac{u}{v}$	$\frac{3}{2} \cdot 1{,}2 = 1{,}8$	$\frac{3}{2} \cdot 6 = 9$	s. unter 2.
β	61°	83⅓°	
Flügelstellung $\beta + \alpha$	63°	85°	

7. Berechnung der Flügelbreite und Flügelstellung am inneren Flügelende (1/3 des Radius).

	Langsamläufer	Schnelläufer	Bemerkungen
$2 r \pi = \frac{1}{3} D \pi$	$\frac{1}{3} \cdot 73{,}9 = 24{,}6\ m$	$\frac{1}{3} \cdot 74{,}2 = 24{,}7\ m$	
$\frac{u}{v}$	$\frac{1}{3} \cdot 1{,}2 = 0{,}4$	$\frac{1}{3} \cdot 6 = 2$	
$\frac{c}{v} = \sqrt{\left(\frac{v'}{v}\right)^2 + \left(\frac{u}{v}\right)^2}$	0,78	2,1	
Profil	Abb. 17	Abb. 19	
Anstellwinkel α	6°	1,5°	
c_a	1,0	0,9	
$t_{opt} = \frac{2 r \pi}{z} \cdot \frac{8}{9 c_a} \cdot \frac{v}{u} \cdot \frac{v}{c}$	$\frac{24{,}6}{20} \cdot 2{,}85 = 3{,}50\ m$ [1]	$\frac{24{,}7}{4} \cdot 0{,}235 = 1{,}45\ m$	
$\operatorname{tg}\beta = \frac{u}{v'} = \frac{3}{2}\,\frac{u}{v}$	$\frac{3}{2} \cdot 0{,}4 = 0{,}6$	$\frac{3}{2} \cdot 2 = 3$	
β	31°	71½°	
Flügelstellung $\beta + \alpha$	37°	73°	

Die sich nach diesen Rechnungen ergebenden Flügelformen sind in Abb. 29 und 30 dargestellt [2].

---

[1]) Bei so starker Überdeckung der Flügel, wie sie am inneren Rande der Flügel des Langsamläufers auftritt sind die angewandten Berechnungsmethoden nicht mehr ganz zulässig. Insbesondere müßten z. B. die Flügel etwas stärker gewölbt werden, um den vorgesehenen Auftrieb zu geben. Doch dürfte das geschilderte Rechenverfahren immer noch eine leidlich gute Annäherung ergeben.

[2]) Um Mißverständnisse zu vermeiden, sei hier ausdrücklich betont, daß bei den vorliegenden Beispielen die Aufgaben und die Ausführung in erster Linie zur Darstellung der Berechnungsmethoden und zur Hervorhebung der charakteristischen Unterschiede ausgewählt sind. Die Verhältnisse sind daher absichtlich extrem gewählt. Die sich ergebenden Formen sollen daher durchaus nicht als besonders mustergültig empfohlen werden. Insbesondere werden auch praktische Gesichtspunkte häufig Abweichungen von den gefundenen Formen erfordern.

8. Abschätzung des mittleren Wirkungsgrades der Flügel (auf $^2/_3$ des Radius).

	Langsamläufer	Schnelläufer	Bemerkungen
$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{u}{v'}$	1,2	6	s. unter 4. und 5.
Profil	Abb. 17	Abb. 20	
α	3°	1,5°	
c_a	0,8	0,7	
c_w	0,022	0,01	
$\varepsilon = \frac{c_w}{c_a}$	0,028	0,014	

0,74

Bei der praktischen Ausführung müssen die Flügel der Langsamläufer meist durch besondere Stützkonstruktionen bezw. Verspannungen gehalten werden, deren Widerstand zu dem der Flügel selbst hinzutritt. Man kann den Widerstand dieser Teile in der Weise abschätzen, daß man ihre Fläche, die sie senkrecht zur relativen Geschwindigkeit c darbieten, mit der Widerstandsziffer (für runde Stäbe z. B. 1,2) multipliziert. Bildet man das Verhältnis dieser zusätzlichen Widerstände zum Auftrieb der Flächen, so erhält man eine Gleitzahl ε', welche zu der des Flügels allein noch hinzutritt. Ist d die Summe der Dickenmaße der Stützorgane und c_w' die durchschnittliche Widerstandsziffer derselben, so ist der zusätzliche Widerstand $W' = \frac{\varrho}{2} c^2 d\, c_w'$. Der Auftrieb aller z Flügel ist $A = \frac{\varrho}{2} c^2 z\, t\, c_a$. Mithin die zusätzliche Gleitzahl

$$\varepsilon' = \frac{W'}{A} = \frac{d\, c'_w}{z\, t\, c_a}$$

Nehmen wir in unserem Beispiel an, wir hätten als Stützkonstruktion insgesamt 16 Rohre ($c_w' = 1{,}2$) von je 5 cm Durchmesser zu berücksichtigen, so ist $d = 16 \cdot 5 = 80$ cm $= 0{,}8$ m. Da die Flügelbreite $t = 3{,}28$ m ist (s. unter 4), so erhalten wir

$$\varepsilon' = \frac{0{,}8 \cdot 1{,}2}{20 \cdot 3{,}28 \cdot 0{,}8} = 0{,}018.$$

Damit wird die wirksame Gleitzahl für den Langsamläufer

$$\varepsilon = 0{,}028 + 0{,}018 = 0{,}046.$$

Bei Schnelläufern müssen zusätzliche Widerstände sorgfältig vermieden werden. Man kommt dort im allgemeinen ohne Stützkonstruktionen aus, da die verhältnismäßig dicken Flügel sich selbst tragen. Wir erhalten nun als Flügelwirkungsgrad:

	Langsamläufer	Schnelläufer	Bemerkungen
$\eta_F^* = \frac{1 - \varepsilon\ \mathrm{tg}\,\beta}{1 + \varepsilon\ \mathrm{ctg}\,\beta}$	$\frac{1 - 0{,}046 \,.\, 1{,}2}{1 + 0{,}046/1{,}2} = 0{,}91$ [1]	$\frac{1 - 0{,}014 \,.\, 6}{1 + 0{,}014/6} = 0{,}91$ [1]	s. S. 26.

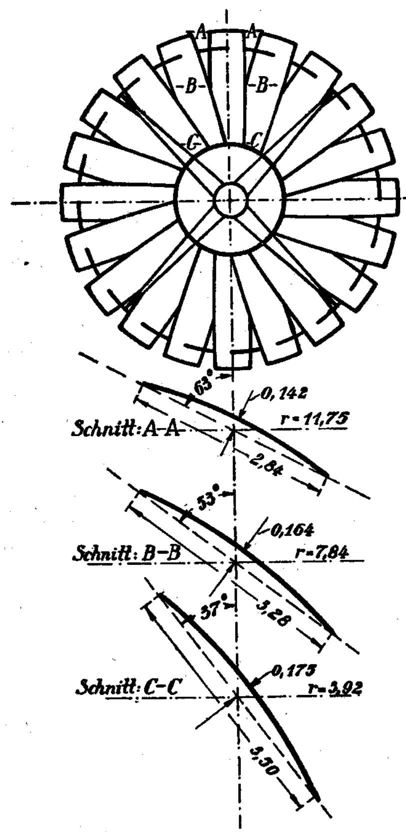

Abb. 29. Extremer Langsamläufer $\left(\frac{u}{v} = 1{,}2\right)$.

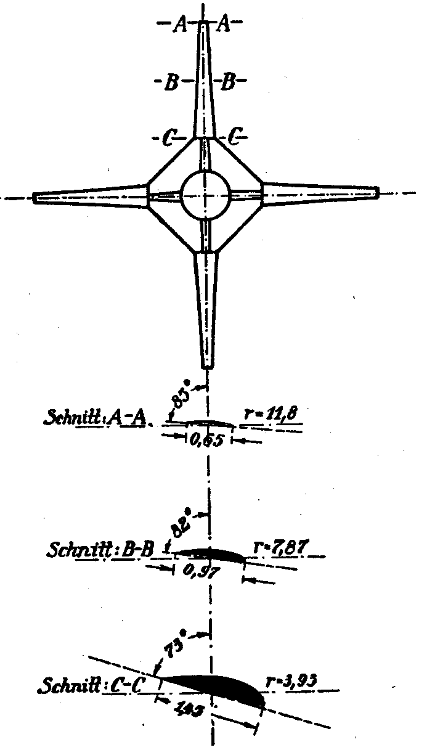

Abb. 30. Extremer Schnelläufer $\left(\frac{u}{v} = 6\right)$.

[1]) Die Berechnung des Wirkungsgrades ist nicht sehr zuverlässig, da insbesondere die Größe der Gleitzahl unsicher ist. Die zugrunde gelegten Werte setzen gut geformte Profile mit glatter Oberfläche voraus. In der Praxis ist diese Voraussetzung vielfach nicht erfüllt, Gleitzahl und Wirkungsgrad sind dann entsprechend schlechter.

9. Abschätzung des Flügelwirkungsgrades am äußeren Flügelende.

	Langsamläufer	Schnelläufer	Bemerkungen
$\operatorname{tg}\beta = \frac{u}{v'}$	1,8	9	s. unter 6.
Profil	Abb. 17	Abb. 21	s. unter 6.
α	2°	1,5°	s. unter 6.
c_a	0,7	0,7	s. unter 6.
c_w	0,019	0,01	
$\varepsilon = \frac{c_w}{c_a}$	0,027	0,014	
ε'	$\frac{0{,}8 \cdot 1{,}2}{20 \cdot 2{,}84 \cdot 0{,}7} = 0{,}024$	0	s. unter 6. und unter 8.
$\varepsilon + \varepsilon'$	$0{,}027 + 0{,}024 = 0{,}051$ [1]	0,014	
η_F^*	$\frac{1 - 0{,}051 \cdot 1{,}8}{1 + 0{,}051/1{,}8} = 0{,}88$	$\frac{1 - 0{,}014 \cdot 9}{1 + 0{,}014/9} = 0{,}87$	

10. Abschätzung des Flügelwirkungsgrades am inneren Flügelende ($^1/_3$ des Radius).

	Langsamläufer	Schnelläufer	Bemerkungen
$\operatorname{tg}\beta = \frac{u}{v'}$	0,6	3	s. unter 7
Profil	Abb. 17	Abb. 19	s. unter 7
α	6°	1,5°	s. unter 7
c_a	1,0	0,9	s. unter 7
c_w	0,039	0,014	
$\varepsilon = \frac{c_w}{c_a}$	0,039	0,016	
ε'	$\frac{0{,}8 \cdot 1{,}2}{20 \cdot 3{,}50 \cdot 1} = 0{,}014$	0	
$\varepsilon + \varepsilon'$	0,053	0,016	
η_F^*	$\frac{1 - 0{,}053 \cdot 0{,}6}{1 + 0{,}053/0{,}6} = 0{,}89$ 0,50	$\frac{1 - 0{,}016 \cdot 3}{1 + 0{,}016/3} = 0{,}95$	

[1] Meist reicht die Stützkonstruktion nicht bis an das äußere Flügelende. Dann wird natürlich auch beim Langsamläufer $\varepsilon' = 0$ und es ergibt sich η_F^* 0,94.

d) Anormale Verhältnisse.

Bei den im vorigen Abschnitt behandelten Beispielen hatten wir immer vorausgesetzt, daß der Wind überall auf $^1/_3$ seiner Geschwindigkeit abgebremst werden soll, wie es der maximalen Ausnützung entspricht. Diese Voraussetzung ist nun in der Praxis nicht immer erfüllt. Einmal wird man aus Gründen der Herstellungskosten vielfach von den günstigsten Abmessungen abweichen, z. B. um die sehr erheblichen Abmessungen zu vermeiden, die sich für die Flügel des Langsamläufers am inneren Ende ergeben (S. 33). Dann kann aber auch das der Berechnung zugrunde gelegte $\frac{u}{v}$ nicht immer beibehalten werden. Im Sturm muß man es z. B. durch Regulierung erniedrigen; insbesondere aber ist dann, wenn das Rad stillgestanden hat, etwa infolge von Windmangel, und wieder neu anlaufen soll, bei Beginn der Bewegung $\frac{u}{v} = 0$. Dabei treten anormale Verhältnisse ein, auf die wir noch etwas eingehen müssen.

Langsamläufer mit vereinfachter Flügelform.

Denken wir uns z. B. für den im vorigen Abschnitt behandelten Langsamläufer die Flügel als einfache rechteckige Platten, mit überall gleicher Wölbung, ohne Verwindung ausgeführt, so daß der Flügel für jeden Radius dasselbe Profil in denselben Abmessungen und in der gleichen Stellung zur Radachse zeigt. Diese konstante Flügelbreite und Stellung möge den für $^2/_3$ des Radius errechneten günstigsten Verhältnissen entsprechen. Die Flügel sind demnach außen zu breit und innen zu schmal, der Winkel $\beta + \alpha$ der Sehne mit der Radachse ist außen zu klein und innen zu groß.

Betrachten wir die Verhältnisse im äußersten Querschnitt: Würde die Luft in der gleichen Weise verzögert wie es den günstigsten Verhältnissen entspricht, so wäre wie im vorigen Abschnitt $\beta = 61°$ aber $\beta + \alpha = 53°$ (wie auf $^2/_3$ des Radius, vergl. S. 32), der Wind würde demnach den Flügel unter einem Anstellwinkel $\alpha = -8°$ treffen, wobei der Flügel bereits keinen Auftrieb mehr gibt und infolgedessen der Luft auch keine Energie entziehen kann. Würde die Luft gar nicht verzögert, so wäre $\frac{u}{v'} = \frac{u}{v} = 1{,}2 = \operatorname{tg}\beta$ mithin $\beta = 50°$, und wir erhielten einen Anstellwinkel von $53° - 50° = 3°$. Bei diesem Anstellwinkel würde aber der Flügel Kräfte ausüben ($c_a = 0{,}8$) und die Luft verzögern, so daß also unsere Annahme, daß die Luft nicht verzögert werden soll, wieder nicht zutrifft. In Wirklichkeit ist es nun so, daß die Luft etwas weniger verzögert wird, als es den günstigsten Verhältnissen entspricht. Das Maß der Verzögerung kann man etwa durch Probieren finden, indem man einige Verzögerungen annimmt, die dabei sich ergebenden Anstellwinkel berechnet und dann zusieht, bei welchem Anstellwinkel die von dem Flügel ausgeübten Kräfte gerade die Verzögerung ergeben, welche den betreffenden Anstellwinkel bedingt. Die Rechnung kann etwa folgendermaßen durchgeführt werden: Die Gleichung für t (S. 24) kann in die Form gebracht werden.

Ermittlung der Durchflußgeschwindigkeit v'.

$$\frac{c}{v} \cdot \frac{u}{v} \cdot c_a \cdot \frac{z\,t}{2 r \pi} = 4 \frac{v'}{v}\left(1 - \frac{v'}{v}\right).$$

In unserem Falle ist $\frac{u}{v} = 1{,}2$

und $$\frac{z\,t}{2 r \pi} = \frac{20 \,.\, 3{,}28}{73{,}9} = 0{,}89$$

damit erhalten wir

$$\frac{c}{v} \cdot c_a = 3{,}75 \frac{v'}{v}\left(1 - \frac{v'}{v}\right).$$

Wir wollen nun $\frac{v'}{v}$ der Reihe nach mit 0,8, 0,85 und 0,9 annehmen und erhalten damit für den Ausdruck auf der rechten Seite bestimmte Werte (s. nachstehende Tabelle letzte Spalte). Andererseits ergibt sich für jeden Wert von $\frac{v'}{v}$ ein bestimmter Winkel β indem ja $\operatorname{tg} \beta = \frac{u}{v'} = \frac{u}{v} \cdot \frac{v}{v'} = 1{,}2 \cdot \frac{v}{v'}$ ist. Da aber $\beta + \alpha = 53^\circ$ durch die gewählte Flügelanordnung festgelegt ist, so ergibt sich zu jedem $\frac{v'}{v}$ auch ein bestimmtes α und das dazu gehörige c_a (nachstehende Tabelle 2. bis 5. Spalte). Ebenso läßt sich $\frac{c}{v}$ wie im vorigen Abschnitt aus $\frac{v'}{v}$ und $\frac{u}{v} = 1{,}2$ berechnen $\left(\frac{c}{v} = \sqrt{\left(\frac{v'}{v}\right)^2 + 1{,}2^2}\right)$, damit ist auch der Ausdruck auf der linken Seite der Gleichung berechenbar. Es wird nun einen bestimmten Wert von $\frac{v'}{v}$ geben, bei dem die beiden Ausdrücke gleich werden, bei dem also die Gleichung erfüllt ist.

$\frac{v'}{v}$	$\frac{u}{v'} = 1{,}2 \frac{v}{v'}$	β	α	c_a	$\frac{c}{v}$	$\frac{c}{v} \cdot c_a$	$3{,}75 \frac{v'}{v}\left(1 - \frac{v'}{v}\right)$
0,8	1,5	$56^1/_2{}^\circ$	$-3^1/_2{}^\circ$	$-0{,}2$	1,44	$-0{,}288$	0,60
0,85	1,41	$54^1/_2{}^\circ$	$-1^1/_2{}^\circ$	$+0{,}2$	1,47	$+0{,}294$	0,477
0,9	1,33	53°	0	$+0{,}45$	1,50	$+0{,}675$	0,337

Für $\frac{v'}{v} = 0{,}85$ ist die letzte Spalte noch etwas größer, für $\frac{v'}{v} = 0{,}90$ ist sie bereits kleiner als die vorletzte. Man sieht, daß der gesuchte Wert von $\frac{v'}{v}$ etwa bei $\frac{v'}{v} = 0{,}87$ liegen wird. Der Flügel wird daher in dieser Größe und Stellung den Wind nicht wie im günstigsten Falle auf $^1/_3$ der ursprünglichen Geschwindigkeit sondern, da $(v_1 - v_2) = 2\,(v_1 - v')$ ist, um $2 \cdot (1 - 0{,}87) = 0{,}26$ also auf $0{,}74\,v$ abbremsen. Aus dem Diagramm 9 (S. 13) ergibt sich nun, daß für $\frac{v_2}{v_1} = 0{,}74$ $\frac{L}{L_0}$ nur 0,4 anstatt 0,6, wie bei günstigster Abbremsung, ist. Wir erhalten demnach für das äußere Flügelende, allein infolge schlechter Windausnützung, einen Wirkungsgrad

$$\eta^*_A = \frac{0{,}4}{0{,}6} = 0{,}67.$$

Außerdem ist aber auch der Flügelwirkungsgrad η^*_F schlechter. Sehen wir vom Widerstand der Stützkonstruktion ab, so erhalten wir für $\alpha \approx -1^\circ$ (wie es sich nach vorstehender Tafel ergibt)

$$\varepsilon = \frac{c_w}{c_a} = \frac{0{,}03}{0{,}3} = 0{,}1$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{u}{v'} = \frac{1{,}2}{0{,}87} = 1{,}38$$

$$\eta^*_F = \frac{1 - 0{,}1 \,.\, 1{,}38}{1 + 0{,}1/1{,}38} = 0{,}80$$

mithin einen Gesamtwirkungsgrad

$$\eta^* = \eta^*_A \cdot \eta^*_F = 0{,}67 \cdot 0{,}80 = 0{,}54$$

also eine ganz wesentliche Verschlechterung gegenüber der aerodynamisch günstigsten Formgebung. Dabei rührt die Verschlechterung weniger von der unrichtigen Flügelbreite als von der unrichtigen Stellung ab. Die zu große Flügelbreite wirkt sogar dem Einfluß der schlechten Stellung entgegen, und eine weitere Vergrößerung der Flügelbreite, wie sie bei vielen Windrädern üblich ist, würde den Wirkungsgrad sogar noch etwas verbessern.

Die vereinfachte Flügelform ergibt erheblich schlechteren Wirkungsgrad.

In ähnlicher Weise lassen sich auch die Verhältnisse am inneren Flügelende abschätzen. Auch die bei anormalem $\frac{u}{v}$ insbesondere beim Anlauf $\left(\frac{u}{v} = 0\right)$ auftretenden Besonderheiten lassen sich so behandeln. Dabei tritt nur vielfach die Schwierigkeit entgegen, daß die Flügel unter sehr großem Anstellwinkel arbeiten, bei denen ihre Eigenschaften (c_a und c_w) nicht genau bekannt sind. Man muß sich dann mit rohen Schätzungen begnügen. Wir wollen hier von einer genauen Durchrechnung absehen, zumal ja doch die Unterlagen, wie eben erwähnt, nicht zuverlässig wären. Es soll nur noch auf eine prinzipielle Erscheinung hingewiesen werden, die für die praktische Verwendung der einzelnen Windradtypen von erheblicher Wichtigkeit ist.

Wir haben früher gefunden, daß die Kraft, welche den Flügel in Bewegung setzt

$$T^* = A^* \cos\beta$$

ist (S. 23). Andererseits ist aber

$$A^* = \frac{\varrho}{2} c^2 f c_a \qquad \text{(s. S. 22)}$$

also

$$T^* = \frac{\varrho}{2} c^2 f c_a \cos\beta = \frac{\varrho}{2} f c_a c v'$$

das heißt, wenn die Flügeleigenschaften (c_a und c_w) unverändert blieben, so wäre die Kraft, welche den Flügel vorwärts treibt proportional $c = \sqrt{v'^2 + u^2}$. Beim Schnelläufer ist nun die Relativgeschwindigkeit c im Normalzustand wesentlich größer als etwa beim Anlauf. In unserem Beispiel war auf $^2/_3$ des Radius $c \approx 4\,v$ während beim Anlauf $c \approx v$ ist (die Abbremsung ist dabei nur noch gering, so daß $v' \approx v$ wird). Dem entsprechend würde auch die Kraft T^* auf $^1/_4$ des normalen Wertes heruntersinken. Die inneren Flügelteile sind in dieser Hinsicht etwas günstiger, die äußeren aber noch ungünstiger. Wir hatten hierbei vorausgesetzt, daß c_a und c_w annähernd unverändert bleiben sollten. Diese Voraussetzung wäre erfüllbar, wenn man etwa die Flügel drehbar machen würde, so daß sie immer mit einem günstigen Anstellwinkel eingestellt werden können. Im allgemeinen wird man aber von solchen Anordnungen absehen, und dann sind die Verhältnisse noch wesentlich ungünstiger. Das Flügelprofil steht nämlich unter einem so großen Anstellwinkel α zum Wind (in unserem Beispiel 82°), daß der Flügel längst nicht mehr großen Auftrieb und kleinen Widerstand, sondern fast nur Widerstand erfährt. Man kann deswegen auch den Widerstand nicht mehr gegenüber dem Auftrieb vernachlässigen und muß die genauere Formel

Schnelläufer haben ein verhältnismäßig kleines Anlaufmoment.

$$T^* = A^* \cos\beta - W^* \sin\beta$$

verwenden, wobei sich T^* noch erheblich kleiner ergibt. Wenn wir als ganz rohe Abschätzung annehmen wollen, daß die resultierende Kraft ungefähr dieselbe Richtung hat wie im Normalzustand (nämlich angenähert senkrecht zur Profilsehne steht) und im übrigen proportional c^2 ist, so erhalten wir für T^* Werte, welche proportional c^2 sind. In unserem Beispiel würde also darnach T^* auf $^2/_3$ des Radius beim Anlauf nur noch $^1/_{16}$ seines normalen Wertes bei gleicher Windstärke betragen. Unter

Umständen kann die Kraft für kleine Werte von $\frac{u}{v}$ sogar noch unter ihren Betrag beim Anlauf sinken, indem der verhältnismäßig große Widerstand der Flügel der Bewegung entgegenwirkt (vergl. Abb. 33 das 4flügelige Versuchsrad) [1]).

Bei geringen Änderungen von $\frac{u}{v}$ gegenüber den normalen Verhältnissen macht die mit der Anstellwinkeländerung verbundene starke Änderung von c_a wesentlich mehr aus als der Einfluß der Änderung der Geschwindigkeit c. Infolgedessen nimmt die Kraft T^* zunächst zu, wenn $\frac{u}{v}$ abnimmt. Die geschilderten Erscheinungen treten erst ein, wenn c_a seinen Höchstwert erreicht hat. Beim Langsamläufer ändert sich die Relativgeschwindigkeit c an sich nur verhältnismäßig wenig, wenn $\frac{u}{v}$ kleiner wird, andererseits nimmt der Anstellwinkel nicht so außergewöhnliche Werte an wie beim Schnelläufer, so daß hier die das Rad treibende Kraft mit abnehmender Drehzahl bei konstanter Windgeschwindigleit ständig wächst.

Dieser Unterschied in dem Verhalten der Schnelläufer und Langsamläufer ist außerordentlich wichtig, er wird die Verwendung extremer Schnelläufer vielfach erschweren, da diese, wenn sie bei aussetzendem Wind einmal stehen geblieben sind, erst bei verhältnismäßig starkem Wind wieder von selbst anlaufen, da bei schwächerem Winde die Kraft nicht ausreicht, um die Widerstände zu überwinden. Wir werden im letzten Kapitel auf diesen Umstand noch ausführlicher zurückkommen.

Wir hatten bei den letzten Überlegungen der Einfachheit halber immer nur ein Stück des Flügels und die darauf wirkende Krafkomponente T^* betrachtet. Es ist nun nicht gleichgültig, wo diese Kraft T^* wirkt. Je weiter das betreffende Flächenstück von der Achse entfernt ist, umso wirksamer ist diese Kraft, da der Hebelarm, an dem sie angreift, größer ist. (Für die Leistung, die ja $T^* \cdot u$ ist, macht sich dies in der Weise geltend, daß die Geschwindigkeit u umso größer ist je größer der Radius r ist, in dem das betreffende Flügelstück sich befindet). Es ist daher richtiger anstatt der Kraft T^* das Moment $T^* \cdot r$ zu betrachten, das die am Hebelarm r wirkende Kraft T^* ausübt. Man kann dann auch diese Momente für alle Flügelstücke ausrechnen und addieren und erhält so das Gesamtmoment M, welches auf das Rad wirkt und es in Drehung setzt.

In ähnlicher Weise, wie wir die Nutzleistung L_n eines Windrades mit einer ideellen Leistung $L_0 = \frac{\varrho}{2} v^3 \cdot \frac{D^2 \pi}{4}$ verglichen haben und das

[1]) Der merkwürdig starke Sprung im Drehmoment legt allerdings die Vermutung nahe, daß hier vielleicht ein Meßfehler vorliegt.

Verhältnis $\frac{L_n}{L_o} = c_l$

als Leistungsziffer eingeführt haben (S. 14), so können wir auch das Moment M mit einem ideellen Moment M_o vergleichen, wobei M_o nur von der Windgeschwindigkeit v und dem Raddurchmesser (und von der Luftdichte ϱ), nicht aber von Drehzahl (Umfangsgeschwindigkeit u oder Winkelgeschwindigkeit ω) abhängen soll. Als geeignetes Vergleichsmoment kann man jenes benützen, das bei der Übertragung der Leistung L_o vorhanden sein muß, wenn die Umfangsgeschwindigkeit u gerade gleich der Windgeschwindigkeit ist. Es ist dann

Drehmomentziffer c_d.

$$M_o \cdot \frac{v}{D/2} = L_o$$

oder

$$M_o = \frac{\varrho}{2} v^2 \cdot \frac{D^2 \pi}{4} \cdot \frac{D}{2}$$

Das Verhältnis $\frac{M}{M_o} = c_d$ können wir als Drehmomentziffer bezeichnen. Zwischen dieser und der Leistungsziffer c_l besteht der Zusammenhang

$$\boxed{c_d = c_l \cdot \frac{v}{u}}$$

Für unsere beiden Beispiele erhalten wir im Normalzustand $L_n \approx$ 1500 *mkg/sek*

$$\frac{D^2 \pi}{4} = \frac{23{,}5^2 \pi}{4} = 435\ m^2$$

$$L_o = \frac{\varrho}{2} v^2 \frac{D^2 \pi}{4} = \frac{125}{16} \cdot 435 = 3400\ mkg/sek$$

wobei wir den geringen Unterschied im Durchmesser des Schnell- und Langsamläufers vernachlässigt haben. Damit wird

$$c_l = \frac{1500}{3400} = 0{,}442$$

$$\eta = c_l . \frac{27}{16} = 0{,}75 \qquad \text{(vergl. S. 14)}$$

$$c_d = 0{,}443 . \frac{1}{1{,}2} = 0{,}37 \quad \text{für den Langsamläufer}$$

$$\text{bezw. } 0{,}443 . \frac{1}{6} = 0{,}074 \quad \text{für den Schnelläufer.}$$

Das wirkliche zu übertragende Drehmoment ist

$$M = \frac{\varrho}{2} v^2 \frac{D^2 \pi}{4} \cdot \frac{D}{2} c_d = \frac{25}{16} \cdot 435 \cdot 11{,}8 \cdot 0{,}37 = 2960\ mkg$$

für den Langsamläufer

$$\text{bezw. } \frac{25}{16} . 435 . 11{,}8 . 0{,}074 = 590\ mkg \text{ für den Schnelläufer.}$$

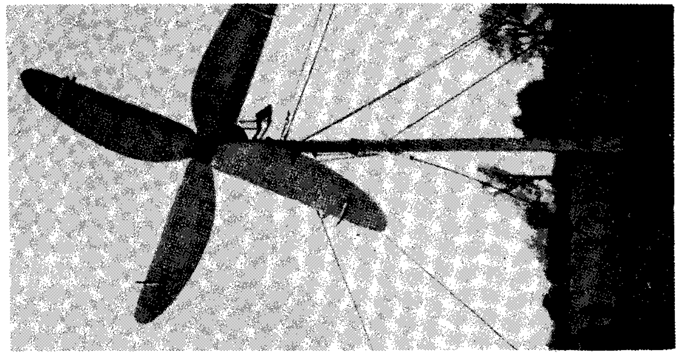

Abb. 44. Schnelläufer-Windrad der Firma Aerodynamo A.-G. Berlin, Kurfürstendamm. Das Bild zeigt die von dieser Firma angewandten Bremsklappen auf der Saugseite der Flügel (vergl. S. 48).

Abb. 45. „Adler"-Windrad der Firma Köster in Heide in Holstein. Beispiel einer neueren Ausführung eines mäßigen Schnelläufers ($\frac{u}{v} = 2^1/_2$ bis $3^1/_2$). Man beachte die geringe Flügelzahl und den großen Flügelabstand.

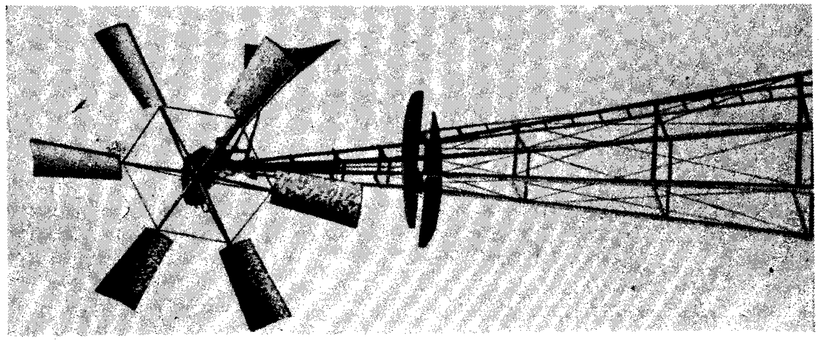

Abb. 46. Windrad von ähnlichem Typ wie Abb. 45 der gleichen Firma. Man beachte die Profilform. Die Abb. zeigt zugleich eine der häufigsten Anwendungsgebiete: Die Anlage pumpt Wasser mittels einer Förderschnecke.

e) Versuchsergebnisse.

Modellversuche von 3 Rädern verschiedener Schnellläufigkeit.

Im Anschluß an die vorstehenden Überlegungen dürften wohl einige Versuche interessieren, die in der Eiffelschen aerodynamischen Versuchsanstalt in Auteuil bei Paris ausgeführt und von Eiffel[1]) veröffentlich wurden. In der Abb. 31 (Anhang) sind 3 typische Windradformen dargestellt, welche untersucht wurden. (Die Untersuchung erstreckte sich auch auf verschiedene Flügelstellungen, hier ist jedesmal nur die jeweils günstigste Stellung ausgewählt.) In den Abb. 32 (Anhang) sind die mit diesen Rädern erzielten Leistungsziffern c_l und in Abb. 33 (Anhang) die entsprechenden Drehmomentziffern c_d aufgetragen[2]). Man ersieht aus Abb. 32 deutlich den Einfluß der Flügelfläche auf die Schnelläufigkeit. Daß das 12flügelige Rad in der Leistung schlechter ist, braucht nicht unbedingt für alle Langsamläufer zu gelten; es kann dies auch auf die bei diesem Modell besonders ungünstige Flügelform (konstanter Flügeleinstellungswinkel, vergl. die vorstehende Rechnung für anormale Verhältnisse) zurückzuführen sein. Abb. 33 zeigt das charakteristische Verhalten des Drehmomentes bei Schnell- und Langsamläufern: Beim Langsamläufer ein ständiges starkes Ansteigen des Drehmomentes mit abnehmender Drehzahl bei konstanter Windgeschwindigkeit, beim Schnelläufer dagegen nach Unterschreiten einer bestimmten Drehzahl ein erhebliches Abfallen des Momentes. In diesem letzteren Gebiete läuft übrigens das Windrad im allgemeinen nicht stabil. Im Normalzustand ist es nämlich so, daß die Drehzahl des Windrades sich dem verlangten Drehmoment anpaßt. Wird das Rad z. B. stärker belastet, so daß das vom Wind erzeugte Drehmoment nicht mehr ausreicht, so läuft es etwas langsamer. Damit steigt aber auch das Drehmoment der Windkraft bis es die erforderliche Höhe hat. Nach Überschreiten des Maximums ist das aber nicht mehr der Fall. Das Rad läuft langsamer und langsamer, ohne daß das Drehmoment steigt und bleibt schließlich stehen. Entlastet man nun das Rad bis das Anfahrdrehmoment des Windes das Rad wieder in Bewegung setzen kann, so nimmt mit wachsender Drehzahl dieses Drehmoment bis zum Maximum ständig zu, so daß es mit der Belastung nicht ins Gleichgewicht kommt. Wegen dieser Unstabilität sind in dem Bereich, wo die Momentziffer mit abnehmendem $\frac{u}{v}$ ebenfalls abnimmt, nur schwer Messungen möglich. Die gestrichelten Stücke der Kurven in Abb. 32 und 33 stellen solche nicht auf Messung beruhende Bereiche dar.

[1]) G. Eiffel, Etudes sur l'hélice aerienne. Paris, Librairie aeronautique.

[2]) Im natürlichen Winde wird man voraussichtlich scheinbar etwas höhere Leistungsziffern erhalten als im künstlichen Luftstrom. Da nämlich der natürliche Wind in seiner Stärke erheblich schwankt, so schwankt auch die von der Windmühle aufgenommene Leistung. Diese ist aber proportional v^3, deshalb bringen die Windgeschwindigkeiten, welche über der mittleren liegen mehr als jene welche gleich viel unter der mittleren Geschwindigkeit liegen. Dieser Einfluß dürfte schätzungsweise eine Erhöhung der Leistung um etwa 10 bis 20 % bringen.

4. Die speziellen Aufgaben der Energiegewinnung.

a) Allgemeiner Überblick.

In dem letzten Kapitel haben wir die Energiegewinnung aus dem Winde im allgemeinen behandelt. Wenn dabei auch einzelne Fragen etwas Schwierigkeiten bieten, so sind diese doch für die Behandlung der Aufgabe nicht sehr wesentlich und gegen die Lösung durch die normalen Windräder ist kaum etwas einzuwenden. Die Schwierigkeiten beginnen erst da, wo die Konkurrenz mit anderen Energiequellen insbesondere mit Wärmekraftmaschinen oder mit Wasserkraftanlagen zu bestehen ist. Der Wind hat nämlich zwei Eigenschaften, welche seine Energie wesentlich entwerten.

Eigenschaften des Windes, welche die Verwertung seiner Energie erschweren.

1. Seine Energiedichte ist gering. Das heißt der durchschnittliche Energieinhalt von 1 m^3 Luft ist nicht sonderlich groß, und man braucht deshalb verhältnismäßig große und entsprechend teuere Anlagen, um die nötige Energie zu gewinnen.

2. Die Windenergie ist außerordentlich unregelmäßig. Manchmal ist sie so groß, daß man Mühe hat, sie ohne Schaden vorbeiziehen zu lassen, ein andermal ist sie so gering, daß von einer Verwertung nicht die Rede sein kann.

Wegen der geringen Energiedichte ist man gezwungen, die Baukosten der Anlage so weit wie irgend möglich herunterzudrücken. Man könnte auch daran denken, durch Verbesserungen des Wirkungsgrades die Anlagen wirtschaftlicher zu machen. Aber der Wirkungsgrad läßt sich nur in beschränktem Maße verbessern, und vielfach ist damit eine Verteuerung der Herstellung verbunden, welche den Vorteil wieder aufhebt. Die großen Schwankungen der Windenergie erfordern einerseits Maßnahmen, um die jeweils zur Verfügung stehende Energie verwenden zu können. Anderseits muß die Windmühle Einrichtungen besitzen, welche gestatten, die Leistungsentnahme dem jeweiligen Bedarf anzupassen; sie muß in gewissen Grenzen regulierbar sein.

Je nach dem Verwendungszweck sind die Schwierigkeiten verschieden.

Alle diese Gesichtspunkte spielen bei der Konstruktion eine Rolle; je nach dem Verwendungszweck der eine mehr, der andere weniger. Wenn wir die Verwendung der Windräder ins Auge fassen, so können wir etwa folgende zwei extreme Fälle unterscheiden, neben denen aber auch alle Zwischenstufen vorkommen.

1. Das Windrad treibt Maschinen an, welche in ihrer Arbeit an keine bestimmte Zeit gebunden sind. Hierher gehört in erster Linie der Antrieb von Wasserpumpen zur Bewässerung oder Entwässerung des Geländes. Auch das Mahlen des Getreides kann man noch hierher rechnen. Erforderlich ist dafür, daß neben der Windmühle auch die Arbeitsmaschine billig ist, da sie häufig still liegt und sich in dieser Zeit nicht verzinst. Bei Windrädern für Pumpwerke wird man außerdem verlangen müssen, daß sie ohne ständige Wartung arbeiten.

2. Das Windrad soll Elektrizität erzeugen. Hier tritt uns eine der Hauptschwierigkeiten der Windausnutzung in schroffer Form entgegen: Der Bedarf an Elektrizität ist an ganz bestimmte Zeiten gebunden, der größte Bedarf tritt im allgemeinen abends auf, wenn die Elektrizität zur Beleuchtung gebraucht wird, während zu anderen Zeiten z. B. zwischen Mitternacht und Morgen fast gar kein Bedarf vorliegt. Die Windenergie dagegen steht in sehr verschiedenem Maße je nach der Windstärke zur Verfügung und im allgemeinen wird bei starkem Bedarf an Elektrizität die Windmühle nicht genügend liefern können, während bei starkem Winde keine genügende Verwendungsmöglichkeit für die zur Verfügung stehende Energie vorhanden ist. Das nächstliegende und auch sehr viel angewandte Mittel, dieser Schwierigkeit zu begegnen, ist die Aufspeicherung der Energie in Akkumulatoren. Aber diese sind sehr teuer und die Rentabilität der ganzen Anlage wird durch dieses Mittel sehr ungünstig beeinflußt.

Die geringe Drehzahl der Windräder ist ungünstig.

Eine weitere Schwierigkeit bildet die niedrige Drehzahl der Windräder. Legen wir eine Windgeschwindigkeit von 5 *m/sek* zugrunde, so ergibt sich für einen nicht gerade extremen Schnelläufer eine Umfangsgeschwindigkeit von etwa 10 bis 15 *m/sek*. Bei einem Raddurchmesser von nur 10 *m* entspricht dies einer Drehzahl von 20 bis 30 Umdr. pro Min. Die am häufigsten für Arbeitsmaschinen verwandten Drehzahlen liegen etwa zwischen 100 und 1000 Umdrehungen pro Min., so daß man selbst bei kleinen Windrädern schon eine Übersetzung ins Schnelle anwenden muß. So lange die Drehzahl des Rades noch einigermaßen in der Nähe der sonst üblichen Drehzahlen liegt und die Leistung nicht hoch ist, macht diese Übersetzung keine besonderen Schwierigkeiten. Wenn man aber versucht besonders große Windräder zu bauen, so wachsen die mit dem Getriebe verbundenen Schwierigkeiten so stark, daß dadurch der Größe der Windräder eine Grenze gesetzt ist. Wollte man z. B. ein Rad von 100 *m* Durchmesser bauen, das bei 8 *m* Wind eine Nutzleistung von etwa 1000 *KW* ergeben würde, so müßte man diese Leistung bei einer Drehzahl von etwa 5 Umdr. pro Min. abnehmen d. h. man müßte am Zahnrad ein Drehmoment von etwa 200000 *mkg* übertragen.

Solche und ähnliche Gesichtspunkte bilden die wesentlichen Schwierigkeiten der Windradkonstruktion. Wir wollen im nachstehenden zunächst die leichtesten Aufgaben und deren technische Lösungen behandeln und dann zu den besonderen Anforderungen für schwierigere Aufgaben übergehen.

b) Windräder für besonders dafür geeignete Zwecke.

Wir hatten bereits angeführt, daß der Antrieb von Wasserpumpen zur Bewässerung des Geländes ein besonders geeignetes Anwendungsgebiet für Windräder ist, da die Arbeit nicht an genau bestimmte Zeiten gebunden ist, so daß eine ganze Reihe von Schwierigkeiten dabei in Wegfall kommen.

Außerdem können die Pumpen verhältnismäßig leicht als besonders langsam laufende Maschinen konstruiert werden, so daß im allgemeinen auch keine allzu große Übersetzung erforderlich ist (Beispiele solcher Anlagen siehe Abb. 42, 43 und 46, Tafel 1, 2 und 4). Ähnlich, wenn auch nicht ganz so günstig, liegen die Verhältnisse im Müllereibetriebe. Die Gesichtspunkte, welche bei solchen Anlagen zu berücksichtigen sind, sind hauptsächlich die Herstellungskosten, die Wahl der Schnelläufigkeit, günstige Größenverhältnisse und die Regulierung. Auf den zuletzt genannten Punkt müssen wir noch etwas näher eingehen.

Wegen der starken Schwankungen der Windenergie sind Reguliereinrichtungen nötig.

Die Windstärken schwanken mit der Zeit außerordentlich stark. Würde man eine Anlage so stark bauen, daß sie auch die stärksten Winde voll ausnützen kann, so müßte man alle Teile so kräftig ausbilden, daß sie die größten in Frage kommenden Leistungen übertragen können. Eine so starke Konstruktion ist natürlich wesentlich teuerer als eine schwächere, und außerdem sind wegen der großen Gewichte die Energieverluste in den Lagern und Getrieben so groß, daß das Rad bei schwachem Wind überhaupt nicht mehr laufen wird. Es ist daher praktischer das Rad nicht für die höchsten Windgeschwindigkeiten zu bauen, sondern nur für die mittleren am häufigsten vorkommenden. Man muß dann nur dafür sorgen, daß bei größeren Windstärken die Anlage vor Zerstörung geschützt ist, indem man den Wind möglichst ungehindert abströmen läßt.

Auf die Verwertung sehr großer und sehr kleiner Windgeschwindigkeiten kann man verzichten.

Man muß sich nun fragen, für welchen Bereich der Windstärken man das Rad am zweckmäßigsten konstruieren soll. In Abb. 1 (Anhang) ist die Häufigkeit der verschiedenen Windgeschwindigkeiten für Berlin dargestellt. Die Leistungsfähigkeit des Windes, d. h. die sekundlich zur Verfügung stehende Energie, nimmt zwar mit der 3. Potenz der Geschwindigkeit zu, aber da die starken Winde sehr selten sind, so ist die Jahresleistung derselben doch verhältnismäßig gering. In Abb. 34 (Anhang) ist die Verteilung der Jahresleistung auf die verschiedenen Geschwindigkeiten entsprechend der Häufigkeitskurve (Abb. 2) aufgetragen. Man ersieht daraus, daß man gar nicht viel verliert, wenn man auf die Energie der größten Geschwindigkeiten verzichtet. Man muß das Rad also so konstruieren, daß in erster Linie die Windgeschwindigkeiten zwischen etwa 3 und 10 m/sek gut ausgenützt werden. Bei größeren Geschwindigkeiten muß der Wind durch Regulierung der Flügel unwirksam gemacht werden, bei kleineren wird die Reibung zu groß werden, so daß das Rad nicht mehr läuft. Die angegebenen Kurven und Zahlen gelten natürlich nur für mittlere Windverhältnisse (Berlin). In windreichen Gegenden liegt der günstigste Bereich bei höheren Geschwindigkeiten, in windarmen bei niedrigeren. Auch die Weite des ausnützbaren Geschwindigkeitsbereiches, das Verhältnis der größten noch voll ausnützbaren Windgeschwindigkeit zur kleinsten, ist je nach der Radkonstruktion verschieden, aber man sieht aus der Kurve der Energieverteilung, daß geringe Änderungen dieser Weite nicht von erheblicher Bedeutung sind.

Verschiedene Arten der Regulierung.

Die nächste Frage ist die, wie man die großen Windstärken unschädlich macht, wie man die Mühle reguliert. Bei den Getreidemühlen, welche im allgemeinen doch nie ohne Wartung sind, geschieht diese Regulierung meist in der Weise, daß von Hand die Flügelfläche verkleinert wird. Zu diesem Zweck wird z. B. ein Teil der Flügelfläche durch jalousieartige Klappen gebildet, welche geöffnet oder geschlossen werden können. Im geöffneten Zustande kann dann der Wind, ohne erhebliche Kraftwirkung auszuüben, durch die Klappenöffnungen hindurch treten.

Bei einer anderen Konstruktion bestehen die Flügel aus einem gitterförmigen Rahmen, der mit einem Segel bespannt ist. Durch teilweise Wegnahme des Segels wird die wirksame Flügelfläche verkleinert (vergl. Abb. 42, Tafel 1).

Bei vielen Anlagen ist nun aber keine ständige Wartung vorhanden, so bei den meisten Pumpwerken, aber auch bei vielen Anlagen zur Elektrizitätserzeugung. In diesen Fällen muß die Regulierung **automatisch** vor sich gehen. Eine der gebräuchlichsten Einrichtungen ist folgende (Abb. 35):

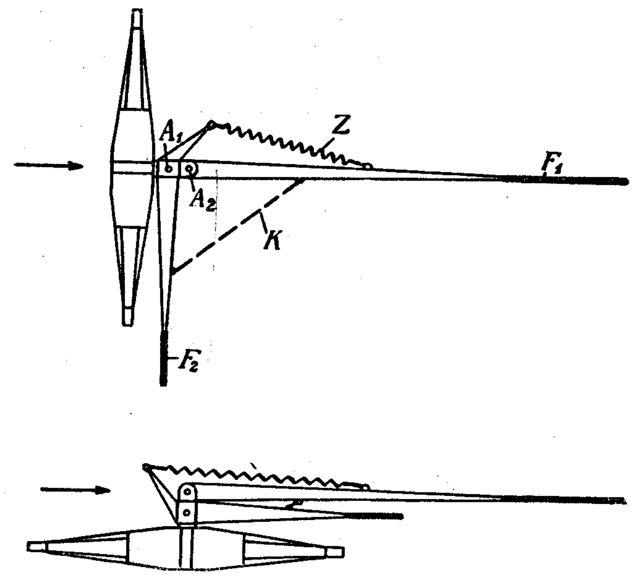

Abb. 35. Regulierung eines Windrades durch Herausdrehen des Rades.

Der Kopf der Mühle, in dem die Achse des Windrades gelagert ist, ist um die vertikale Achse A_1 drehbar und wird normalerweise durch die große Windfahne F_1 so eingestellt, daß die Achse des Windrades in die Windrichtung fällt. Die Windfahne F_1 ist aber mit dem Kopf nicht starr verbunden sondern kann sich um die Achse A_2 gegen die Windradachse verstellen (Abb. 35 unten). Im allgemeinen wird allerdings die Windfahne F_1 durch die Zugfeder Z und die von dieser gespannte Kette K in der normalen Lage zum Windrade festgehalten. Außer der Windfahne F_1 ist noch eine kleinere Windfahne F_2 vorgesehen, welche starr mit dem Kopf verbunden ist und mit ihrer Fläche senkrecht zum Winde steht. Der Winddruck auf die Fläche F_2 sucht das ganze Rad aus der Windrichtung herauszudrehen, was aber durch die größere Windfahne F_1 verhindert wird. Wird jedoch der Winddruck auf die Fläche F_2 größer, so gibt schließlich die Feder Z nach und das Rad schwenkt mehr oder weniger weit in die Stellung, die in Abb. 35 unten angegeben ist. Die Kette K kann gewöhnlich auch von Hand verkürzt werden, so daß man das Rad auch willkürlich aus dem Wind drehen kann. Anstatt der Zugfeder Z kann auch ein über eine Rolle geführtes Seil, das durch ein Gewicht gespannt wird, dienen, wie natürlich überhaupt die Konstruktion im einzelnen in mannigfachster Weise verändert werden kann.

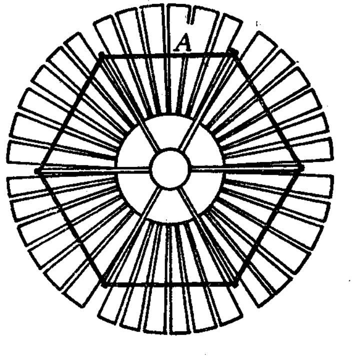

Abb. 36. Regulierung eines Windrades durch Umklappen der Flügel.

Bei anderen Konstruktionen sind die Flügel zu Gruppen zusammen gefaßt, welche um eine senkrecht zum Radius liegende Achse A (Abb. 36) geschwenkt werden können. Im übrigen sind dabei ähnliche Mechanismen wie bei der zuerst beschriebenen Regelung vorgesehen, welche bewirken, daß das Ausschwenken bei zu starkem Winde selbsttätig erfolgt. Weiterhin kann man auch die einzelnen Flügel um ihre Längsachse (also um einen Radius) drehbar machen und so eine Regulierung erreichen.

Eine ganz interessante automatische Regelung hat Bilau (Aerodynamo A.G.) für sein Schnelläuferrad angewandt (Abb. 44, Tafel 3). Auf der Saugseite der Flügel sind in der Nähe der Flügelenden drehbare Klappen K angebracht, welche normalerweise in tangentialer Richtung stehen (Abb. 37 ausgezogene Stellung), so daß sie bei der Bewegung der Flügel keinen nennenswerten Widerstand bieten. In dieser Normalstellung wird jede Klappe durch eine Feder F und einen Anschlag A gehalten. Beim Überschreiten einer bestimmten Drehzahl werden diese Klappen durch die Wirkung von Zentrifugalkräften gedreht, so daß sie die in Abb. 37 gestrichelt gezeichnete Stellung einnehmen. In dieser Stellung bieten die Klappen bei der

Drehung der Flügel großen Widerstand und stören auch die Strömung am Flügel sehr erheblich, so daß der Auftrieb der Flügel kleiner wird. Infolge dessen wird der Wind nur noch wenig ausgenutzt. Wenn man die Klappen genügend groß macht, so kann man erreichen, daß das Rad auch bei den stärksten Stürmen keine unzulässig hohen Drehzahlen erreicht.

Gesichtspunkte für die Wahl zwischen Schnell- und Langsamläufern.

Die Entscheidung, ob man Schnell- oder Langsamläufer verwenden soll, hängt neben anderen Gesichtspunkten auch etwas davon ab, ob das Windrad ohne Wartung arbeiten soll oder nicht. Wir haben im 3. Kapitel (S. 40) gesehen, daß die Schnelläufer ein sehr kleines Anlaufmoment haben. Wenn daher der Wind einmal so stark zurückgeht, daß das Rad stehen bleibt, so läuft es erst bei einer verhältnismäßig großen Windgeschwindigkeit wieder an. Die Langsamläufer sind in dieser Hinsicht günstiger und können daher ganz schwache Winde etwas besser ausnützen. Ist das Windrad beaufsichtigt, so spielt das keine so große Rolle, indem der Wärter das Anlaufen des Rades beim Schnelläufer durch Abschalten von Arbeitsmaschinen oder u. U. sogar durch künstliches Antreiben erleichtern kann. Dies dürfte der Grund sein, warum man bei Getreidemühlen fast durchweg die einfacheren und billigeren Schnelläufer (die bekannten 4- oder 2flügeligen Windmühlen), bei automatischen Pumpwerken dagegen fast immer die langsam laufenden Windrosen verwendet.

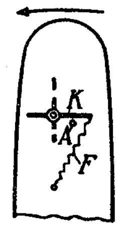

Abb. 37. Regulierung eines Schnelläufers durch Vergrößerung des Flügelwiderstandes (Aerodynamo A.G.).

Ein weiterer Gesichtspunkt, welcher den Schnelläufer bevorzugen läßt, ist das kleinere Getriebe desselben. Dieser Punkt wird umso wichtiger, je größere Einheiten man bauen will, da die Getriebeschwierigkeiten, wie schon betont, mit der Größe außerordentlich zunehmen.

c) Windräder zur Elektrizitätserzeugung.

Vorteile und Nachteile verschiedener Verfahren zur Energieausgleichung.

Bei Windkraft-Elektrizitätswerken treten zu den bereits behandelten Schwierigkeiten noch weitere hinzu, welche durch die zeitliche Festlegung des Energiebedarfes bedingt sind. Am einfachsten sind noch die Verhältnisse, wenn das Windkraftwerk mit anderen Kraftwerken zusammen arbeitet. Reicht der Wind nicht aus, so liefern die anderen angeschlossenen Werke mit Kohle oder Wasserkraft Strom. Ist dagegen Wind vorhanden, so können Kohle oder Wasser in dem Maße gespart werden, als das Windkraftwerk Strom liefert. Hiermit ist für das Windkraftwerk nur der Nachteil verbunden, daß ihm die Energie nur zu einem sehr niedrigen Preise abgenommen werden kann. Das Kohlekraftwerk, welches beispielsweise mit dem Windkraftwerk zusammen arbeitet, erspart, wenn das Windkraftwerk arbeitet, nur die der Leistung des Windkraftwerkes entsprechende Menge Kohle. Die Verzinsung und Amortisation der Anlagen des Kohlewerkes läuft aber weiter. Bei einer solchen Zusammenarbeit kann dem Windkraftwerk daher nur die durch seine Leistung ersparte Kohle vergütet werden, und das ist im Vergleich zu den sonstigen Strompreisen verhältnismäßig wenig.

Prinzipiell ähnlich liegen die Verhältnisse, wenn man neben der Windmühle noch einen Verbrennungsmotor (Benzinmotor oder Dieselmotor) aufstellt, welcher in windarmen Zeiten einspringt.

Vielfach verwendet man zur Aufspeicherung der Energie elektrische Akkumulatoren. Will man die ganzen Unregelmäßigkeiten des Windes, der oft tagelang ausbleibt, damit ausgleichen, so erhält man sehr teuere Anlagen, welche nur unter besonderen Verhältnissen rentabel sein dürften. Man kann aber häufig in der Weise vorgehen, daß man nur einen Teil der Schwankungen durch Akkumulatoren, den Rest aber in anderer Weise ausgleicht. So kann man etwa eine Akkumulatorenbatterie für einige Stunden vorsehen und daneben eine Verbrennungskraftmaschine, welche bei längeren Windpausen einspringt. Bei dieser Kombination dient die Akkumulatorenbatterie hauptsächlich zur Vereinfachung des Betriebes, indem das allzuhäufige Anlassen und Wiederabstellen des Verbrennungsmotors vermieden wird.

Einigermaßen günstig ist es, wenn das Windkraftwerk einen großen Teil seiner Energie an Werke liefert, welche an keine Zeit gebunden sind, und nur einen Teil für Beleuchtung und andere regelmäßig auftretende Bedürfnisse abgibt. In diesem Falle können bei reichlicher Windenergie die anpassungsfähigen Abnehmer diese ausnützen; bei geringem Winde fallen dann zunächst diese Abnehmer aus, so daß die Leistung für die nicht anpassungsfähigen Abnehmer noch ausreicht. Erst wenn der Wind noch mehr abnimmt oder ganz ausbleibt, muß die Akkumulatorenbatterie bezw. der Hilfsmotor einspringen. Dadurch, daß die anpassungsfähigen Abnehmer einen großen Teil der Energieschwankungen ausgleichen, können aber die besonderen Ausgleichsanlagen, die Batterie bezw. der Hilfsmotor, verhältnismäßig klein bleiben.

Je nach den örtlichen Verhältnissen wird sich auch noch manche andere Möglichkeit bieten, die man u. U. ausnützen kann. So ist es z. B. manchmal möglich, ein Wasserkraftwerk mit unzureichender Wassermenge dadurch leistungsfähiger zu machen, daß man mit der jeweils zur Verfügung stehenden Windenergie Wasser in das hochgelegene Reservoir (See bezw. Talsperre) zurückpumpt.

Auch an die Regulierfähigkeit werden beim Windelektrizitätswerk besondere Anforderungen gestellt. Die Dynamomaschine ist an einen bestimmten, nicht sehr weiten Drehzahlbereich gebunden. Es ist zwar prinzi-

Um konstante elektrische Spannung zu erhalten, sind besondere Reguliereinrichtungen nötig.

piell möglich, Maschinen für sehr stark veränderliche Drehzahlen zu bauen, aber sie sind unverhältnismäßig schwer und teuer. Wenn man Drehstrom erzeugen will, so liegen die Verhältnisse in dieser Hinsicht noch ungünstiger, indem diese Maschinen eine ganz bestimmte Drehzahl genau einhalten müssen. Man verwendet daher für Windelektrizitätswerke fast stets Gleichstrommaschinen, die außer der besseren Anpassungsfähigkeit ihrer Drehzahl auch noch den Vorteil haben, daß man Akkumulatoren damit laden kann.

Eine sehr einfache Regulierung für Elektrizitätserzeugung ist schon von La Cour angegeben[1]: Die Dynamomaschine wird von der Windmühle durch ein Riemenvorgelege angetrieben. Dabei ist aber die Riemenspannung mittels einer Gewichtsbelastung so eingestellt, daß der Riemen ständig gleitet. Der Riemen übt dabei ein durch die Gewichtsbelastung bestimmtes Drehmoment auf die Scheibe und damit auf die Dynamomaschine aus, während die Drehzahl der Dynamo unabhängig ist von der Drehzahl des Windrades, indem alle Schwankungen des Windrades durch die mehr oder minder starke Schlüpfung des Riemens ausgeglichen werden. Die Dynamomaschine arbeitet parallel mit einer Batterie. Dadurch ist ihre Drehzahl sehr stark festgelegt. Bei einer Drehzahländerung würde sich nämlich die Spannung der Maschine ändern, sobald diese aber wesentlich von der Spannung der Batterie abweicht, treten starke Ausgleichströme auf, welche eine erhebliche Änderung des Drehmomentes der Maschine voraussetzen. Da aber der gleitende Riemen nur ein konstantes Moment liefert, so ist die Drehzahländerung nicht möglich. Die Maschine läuft deshalb mit konstanter Drehzahl und Spannung.

Diese Methode ist zwar sehr einfach und billig, hat aber den Nachteil eines schlechten Wirkungsgrades, da bei dem gleitenden Riemen erhebliche Energie verloren geht. Die neueren Bestrebungen gehen daher mehr dahin, elektrische Anordnungen zu verwenden, welche trotz rasch wechselnder Drehzahl konstante Spannung ergeben. Daneben kann natürlich auch noch die Regelung des Windrades selbst bestehen, doch arbeitet diese meist nicht schnell genug, so daß trotzdem Drehzahlschwankungen bleiben, welche sich aber durch geeignete Schaltungen unschädlich machen lassen. Das Prinzip dieser Schaltungen ist meist so, daß das Feld der Dynamomaschine geschwächt wird, wenn die Drehzahl steigt und umgekehrt, so daß die mit der Drehzahlerhöhung an sich verbundene Spannungserhöhung durch die gleichzeitige Feldschwächung ausgeglichen wird. Ähnliche Aufgaben treten z. B. bei der elektrischen Beleuchtung von Eisenbahnzügen auf und sind dort in befriedigender Weise gelöst worden. Für die Windelektrizitätswerke tritt der Umstand erschwerend hinzu, daß die Kosten solcher anormalen

[1]) La Cour-Kaufmann, Die Windkraft und ihre Anwendung zum Antrieb von Elektrizitätswerken, Heinsius, Leipzig 1905.

elektrischen Maschinen verhältnismäßig hoch sind. Es ist daher auch ein gewisses Bedürfnis vorhanden, diese Einrichtungen zu zentralisieren, indem man möglichst große Anlagen baut, um die teueren elektrischen Einrichtungen besser auszunützen. Die Schwierigkeiten solcher Großanlagen sind im vorstehenden schon teilweise angedeutet worden. Eine erfolgreiche Lösung existiert bis jetzt nicht, doch ist es nicht ausgeschlossen, daß die fortschreitende Technik die Schwierigkeiten überwindet. Es mag deshalb doch Zweck haben, auf die bei Großanlagen auftretenden Verhältnisse und einige Lösungsversuche einzugehen.

d) Großanlagen.

Vorteile von Großanlagen.

Großanlagen (denken wir etwa an Leistungen von der Größenordnung von 1000 KW) würden hauptsächlich zwei Vorteile bieten.

1. Die Zentralisation vereinfacht die Bedienung, verbilligt manche Einrichtung und erleichtert die Verwertung der Energie.

2. Bei den großen verarbeiteten Luftmengen gleichen sich wenigstens die kleineren Windschwankungen etwas aus, die Energielieferung ist also gleichmäßiger, insbesondere bringt der Bau in größerer Höhe den Vorteil, daß dort an sich der Wind etwas stetiger ist als am Boden.

Getriebeschwierigkeiten bei großen normalen Rädern.

Wenn man große Windräder in normaler Bauart ausführen will, so treten, wie schon betont, die niedrige Drehzahl und die damit zusammenhängenden Getriebeschwierigkeiten hindernd entgegen. Man kann hiergegen mit zwei Mitteln vorgehen: einmal durch maschinentechnische Vervollkommnung der Getriebe und außerdem durch Erhöhung der Schnellläufigkeit der Windräder. Beide Mittel bringen eine Vergrößerung des wirtschaftlichen Durchmessers mit sich, aber nur in beschränktem Maße. Eine radikale Abhilfe der Schwierigkeiten ist auf diesem Wege nicht zu erreichen. Ein anderer Weg wäre der, die Kraft nicht an der Nabe, sondern am Umfange des Windrades abzunehmen. Von diesem Gesichtspunkte aus interessieren Versuche, Windräder mit vertikal stehender Achse zu bauen, bei denen eine solche Kraftabnahme möglich ist.

Diese Schwierigkeiten würden sich bei Windrädern mit vertikaler Achse vermeiden lassen, doch sind diese bis jetzt zu unwirtschaftlich.

Diese Windräder bestehen im wesentlichen aus einem zylindrischen Gerüst mit vertikaler Achse, an dessen Umfang Flächen angeordnet sind, welche unter der Wirkung des Windes das ganze Bauwerk in einer Richtung drehen. In Abb. 38 bis 40 sind einige solche Anordnungen gezeichnet, welche auf der Ausnützung des Widerstandes, nicht des Auftriebes (vergl. S. 19) beruhen. In Abb. 38 sind radiale Schaufeln angeordnet, von denen die eine Hälfte vor der Einwirkung des Windes geschützt ist. In Abb. 39 sind unsymmetrische Schaufeln verwandt, welche auf der einen Seite mehr Widerstand bieten als auf der anderen. In Abb. 40 sind statt der unsymmetrischen Schaufeln bewegliche Klappen vorgesehen, welche auf der einen Seite ihre volle Fläche dem Wind darbieten, während sie

sich auf der anderen Seite in den Wind einstellen können. Wir wissen bereits aus unseren früheren allgemeinen Überlegungen, daß derartige Einrichtungen, welche mit dem Widerstand anstatt mit dem Auftrieb arbeiten, an sich sehr unwirtschaftlich sind, so daß derartige Anordnungen wenig Aussicht auf Erfolg haben.

Man kann allerdings horizontale Räder auch so konstruieren, daß nicht der Widerstand, sondern der *Auftrieb* der Flügel zum Antrieb dient. Wenn man nämlich auf dem Kreisumfange Tragflügel anordnet und durch einen geeigneten Mechanismus so steuert, daß sie dann, wenn sie sich annähernd senkrecht zum Winde bewegen, Auftrieb geben (Abb. 41), so erhält

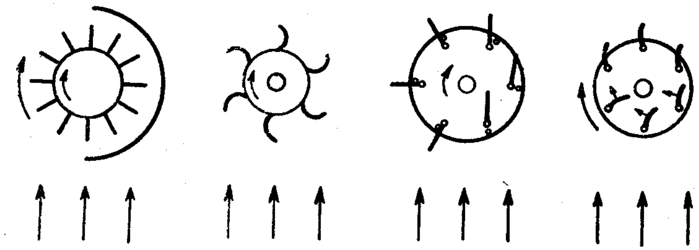

Abb. 38—41. Windräder mit lotrechter Achse.

man eine Energieumsetzung ähnlich wie beim normalen Windrad. Ungünstig sind aber immer noch zwei Umstände. Einmal wirken die Flügel nur auf einem kleinen Teil ihres Umlaufweges günstig, den übrigen Teil müssen sie unter Energieverlusten weitergeschleppt werden. Außerdem ändern sie auch in dem günstig gelegenen Teil ihres Weges ihre Stellung sehr stark, so daß man entweder komplizierte Steuerungen zur Flügeleinstellung anwenden, oder ungünstige Anstellwinkel in Kauf nehmen muß. In letzterer Hinsicht würde die Anwendung von rotierenden Zylindern an Stelle der Flügel gewisse Vorteile bieten, da bei diesen der Anstellwinkel keine Rolle spielt. Ob aber damit eine wirtschaftliche Konstruktion möglich ist, erscheint trotzdem fraglich.

Man kann auch viele kleine Windräder mit gemeinsamer elektrischer Zentrale zu einer Großanlage zusammenschließen.

Einige Vorteile dürfte vielleicht auch folgender Weg für Großanlagen bieten: Man stellt eine große Anzahl von Windmühlen auf in einer Größe, die sich technisch ohne Schwierigkeiten ausführen läßt, und in solcher Anordnung, daß sie sich gegenseitig möglichst wenig Wind wegnehmen. Jedes Windrad treibt eine ganz normale Dynamomaschine ohne besondere elektrische Reguliereinrichtung. Die elektrische Energie aller dieser Maschinen wird nach einer gemeinsamen Zentrale geleitet, wo sie gesammelt und auf konstante Verbrauchsspannung reguliert wird. Die Anordnung läßt sich in verschiedener Weise verwirklichen. Hier näher darauf einzugehen, dürfte sich erübrigen, so lange die wirtschaftliche Durchführbarkeit aller Großanlagen noch so unsicher ist wie bis jetzt.

In der ganzen Windmühlenfrage muß man sich überhaupt vor unangebrachtem Optimismus hüten. Es gibt zwar sehr viele Fälle, in denen die Windmühle konkurrenzfähig ist, insbesondere da, wo viel Wind und wenig andere Energiequellen zur Verfügung stehen. Wo diese Voraussetzungen aber nicht erfüllt sind, wird man bequemere und dabei oft sogar noch billigere Energiequellen vorziehen. Das darf uns aber nicht hindern, am technischen Fortschritt der Windmühle weiterzuarbeiten, denn jeder Fortschritt macht sie konkurrenzfähiger und kann u. U. ihr Anwendungsgebiet erheblich erweitern.

Anhang. Tabellen und Schaubilder.

Tabelle 1.

Häufigkeit der Windgeschwindigkeiten.

Die Zahlen geben nach Orten und Jahreszeiten getrennt die Zeit in Prozenten des ganzen Zeitraumes an, in der der Wind die links angegebene Geschwindigkeit hat. Beispiel: In Borkum sind im Winter unter 100 Stunden 44,1 Stunden, in denen die Windgeschwindigkeit zwischen 2 und 5 *m/sek* liegt und 26,9 Stunden, an denen sie zwischen 5 und 10 *m/sek* liegt.

	Borkum	Hamburg	Kiel	Memel	Münster	Berlin	Cassel	Posen	Breslau	Frankfurt	München	Brocken	Schneekoppe
Winter													
0—2 *m/sek*	11,9	17,9	20,2	13,3	12,1	12,0	27,4	14,1	16,3	2,0	32,1	3,5	5,8
2—5 „	44,1	51,8	41,2	47,1	61,3	55,6	39,5	38,6	55,8	72.6	32,7	19,3	20,9
5—10 „	26,9	19,6	23,2	26,6	17,8	21,9	10,9	28,1	19,8	16,5	9,7	28,5	21,6
10—15 „	11,0	6,0	7,6	8,1	4,0	2,1	3,6	12,3	4,3	2,6	2,6	26,7	26,8
über 15 „	3,5	1,5	2,0	2,3	3,3	0,6	0,5	3,9	0,6	1,1	0,5	20,8	23,8
Frühjahr													
0—2 *m/sek*	11,4	17,2	22,7	16,0	12,8	11,6	32,0	12,8	15,4	1,9	31,3	4,9	7,9
2—5 „	49,5	54,8	45,3	56,5	57,1	53,6	37,2	34,6	59,9	72,1	39,2	23,6	26,1
5—10 „	26,9	20,6	20,4	22,1	20,5	25,1	8,5	32,0	19,1	20,4	10,5	35,3	26,6
10—15 „	8,2	4,3	5,9	2,6	5,0	2,1	2,1	13,0	2,4	2,5	2,1	22,6	23,7
über 15 „	2,3	0,8	0,9	0,3	2,6	0.2	0,1	4,8	0,3	0,5	0,3	12,5	14,7
Sommer													
0—2 *m/sek*	12,9	16,7	23,8	16,1	15,0	15,7	36,5	15,6	19,1	2,0	34,1	5,3	11,0
2—5 „	50,2	54,1	49,4	54,0	56,0	50,4	33,0	38,8	58,2	74,6	37,6	28,2	30,3
5—10 „	25,6	22,8	17,7	22,4	19,3	22,7	7,2	28,5	17,2	16,7	8,0	36,4	26,2
10—15 „	7,4	3,9	3,0	4,4	4,4	1,7	1,1	10,4	1,5	1,7	1,1	19,4	19,0
über 15 „	1,3	0,2	0,1	0,4	1,9	0,3	0,0	2,8	0,2	0,7	0,2	8,0	11,0
Herbst													
0—2 *m/sek*	13,4	19,3	23,5	14,4	13,7	15,3	31,6	15,4	16,6	2,1	32,2	4,8	9,7
2—5 „	42,9	51,0	46,9	47,8	62,1	51,7	36,4	38,5	60,2	67,7	33,1	21,2	27,5
5—10 „	28,0	19,8	18,6	23,4	16,2	19,2	8,2	26,2	17,3	15,4	7,9	30,9	24,2
10—15 „	9,0	4,7	4,4	8,6	3,7	1,2	1,8	10,6	1,7	1,6	1,6	26,2	22,2
über 15 „	2,6	0,7	0,4	2,2	2,4	0,1	0,1	3,2	0,1	1,2	0,2	15,4	15,2
Ganzes Jahr													
0—2 *m/sek*	12,4	17,8	22,7	14,9	13,4	13,8	31,9	14,5	16,8	2,0	32,6	4,6	8,6
2—5 „	46,7	53,0	45,6	51,3	59,1	52,8	36,4	37,5	58,6	71,6	35,8	23,0	26,2
5—10 „	26,8	20,6	20,0	23,7	18,5	22,7	8,7	28,7	18,3	17,3	9,0	32,8	24,7
10—15 „	8,9	4,7	5,2	5,9	4,2	1,7	2,2	11,6	2,5	2,1	1,8	23,7	23,0
über 15 „	2,4	0,8	0,8	1,3	2,6	0,3	0,2	3,7	0,3	0,9	0,3	14,4	16,1

Tabelle 2.

Vergleich der wichtigsten Einheiten für Arbeit und Leistung.

(*KW* = Kilowatt, *PS* = Pferdestärken
KWst = Kilowattstunden, *PSst* = Pferdestärkenstunden)

Arbeit:

1000000 *mkg* = 3,704 *PSst* = 2,72 *KWst*
1 *PSst* = 270000 *mkg* = 0,736 *KWst*
1 *KWst* = 367000 *mkg* = 1,36 *PSst*

Leistung:

1 *mkg/sek* = 0,00981 *KW* = 0,0133 *PS*
1 *PS* = 75 *mkg/sek* = 0,736 *KW*
1 *KW* = 102 *mkg/sek* = 1,36 *PS*

Tabelle 3.

Maximale theoretische Leistung

in *mkg/sek*, *PS* und *KW* von Windrädern mit verschiedenen Durchmessern bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten. Die wirklichen Leistungen sind stets kleiner. Um diese zu erhalten sind die angegebenen Zahlen noch mit dem Wirkungsgrad zu multiplizieren, der je nach der Ausführung des Rades meist zwischen 0,5 und 0,8 liegen wird.

Windgeschwindigkeit in *m/sek*	Windrad-Durchmesser in *m*							
	5	10	15	20	30	40	50	
2	5,82	23,3	52,4	93,1	209	372	582	*mkg/sek*
	0,078	0,310	0,698	1,24	2,79	4,97	7,76	*PS*
	0,057	0,228	0,513	0,912	2,05	3,75	5,70	*KW*
4	46,5	186	419	745	1680	2980	4650	*mkg/sek*
	0,62	2,48	5,59	9,93	22,3	39,7	62,1	*PS*
	0,46	1,83	4,11	7,30	16,4	29,2	45,6	*KW*
6	157	627	1410	2510	5640	10030	15700	*mkg/sek*
	2,09	8,36	18,8	33,4	75,2	134	209	*PS*
	1,54	6,14	13,8	24,6	55,3	98,3	154	*KW*
8	372	1490	3350	5960	13400	23800	37200	*mkg/sek*
	4,97	19,9	44,7	79,5	179	318	497	*PS*
	3,65	14,6	32,9	58,4	131	234	365	*KW*
10	727	2910	6550	11600	26200	46500	72700	*mkg/sek*
	9,70	38,8	87,3	155	349	621	970	*PS*
	7,13	28,5	64,1	114	256	455	713	*KW*
12	1260	5030	11300	20100	45200	80400	126000	*mkg/sek*
	16,8	67,0	151	268	603	1070	1680	*PS*
	12,3	49,3	111	197	443	788	1230	*KW*
15	2450	9820	22100	39300	88400	157000	245000	*mkg/sek*
	32,7	131	295	524	1180	2100	3270	*PS*
	24,1	96,3	217	385	866	1540	2410	*KW*
20	5820	23300	52400	93100	209000	372000	582000	*mkg/sek*
	77,6	310	698	1240	2790	4970	7760	*PS*
	57,0	228	513	912	2050	3650	5700	*KW*

Tabelle 4.

Widerstandsziffern einiger Körper.

Körper	Fläche F	Reynold'sche Zahl[1])	Formverhältnisse	Widerstandsziffer $w = \frac{W}{\varrho/_2 F v^2}$
Kreisförmige Platte vom Durchmesser d	$\frac{d^2\pi}{4}$	$\frac{v\,d}{\nu}$ über 1000		1,11
Rechteckige Platte mit den Seiten a und b	a · b	$\frac{v\,a}{\nu}$ über 1000	$\frac{b}{a} =$ 1 4 10 ∞	1,10 1,19 1,29 2,01
Kugel vom Durchmesser d	$\frac{d^2\pi}{4}$	$\frac{v\,d}{\nu}$ 20000-150000 über 250000		0,47 0,22
Halbkugel vom Durchmesser d	$\frac{d^2\pi}{4}$		konvex konkav	0,34 1,33
Kreiszylinder vom Durchmesser d und der Länge l, senkrecht zur Achse angeblasen	d · l	$\frac{v\,d}{\nu}$ ≈ 90000 über 200000	$\frac{l}{d} =$ 1 5 40 ∞ ∞	0,63 0,74 0,98 1,20 0,3 bis 0,4
Luftschiffkörper von guter, schlanker Form, Länge l, Durchmesser d	$\frac{d^2\pi}{4}$	$\frac{v\,d}{\nu}$ ≈ 150000	$\frac{l}{d} \approx 6$	0,05

[1]) Bei manchen Körpern ist die Widerstandsziffer außer von der Form des Körpers auch von der absoluten Größe des Körpers, von der Geschwindigkeit und von einer Eigenschaft der Luft (bezw. der Flüßigkeit, in der die Bewegung stattfindet) nämlich von der kinematischen Zähigkeit abhängig. Diese Einflüsse hängen aber gesetzmäßig miteinander zusammen. So hat z. B. eine Verdoppelung der Längenabmessungen bei geometrisch ähnlicher Vergrößung des Körpers denselben Einfluß wie eine Verdoppelung der Geschwindigkeit oder wie eine Verminderung der kinematischen Zähigkeit auf die Hälfte. Man kann daher den Einfluß der verschiedenen Ursachen (Größe, Geschwindigkeit, kinematische Zähigkeit) als Einfluß einer einzigen aus Größe, Geschwindigkeit und kinematischer Zähigkeit gebildeten Verhältniszahl darstellen. Diese Verhältniszahl wird Reynold'sche Zahl genannt. Man findet sie, indem man eine charakteristische Länge des Körpers (in obiger Tafel d oder a) in *m* mit der Geschwindigkeit v in *m sek* multipliziert und das Ergebnis mit der kinematischen Zähigkeit ν in m^2/sek (für Luft ist $\nu \approx 0{,}000014\ m^2/sek$) dividiert. Durch Angabe dieser Reynold'schen Zahl ist in vorstehender Tafel der Geltungsbereich der angegebenen Widerstandsziffern abgegrenzt. In der flugtechnischen Literatur findet man an Stelle der Reynold'schen Zahl vielfach den sogenannten Kennwert angegeben. Dieser ergibt sich, wenn man die charakteristische Länge des Körpers in *mm* mit der Geschwindigkeit in *m/sek* multipliziert. Durch Multiplikation des Kennwertes mit 70 erhält man die entsprechende Reynold'sche Zahl.

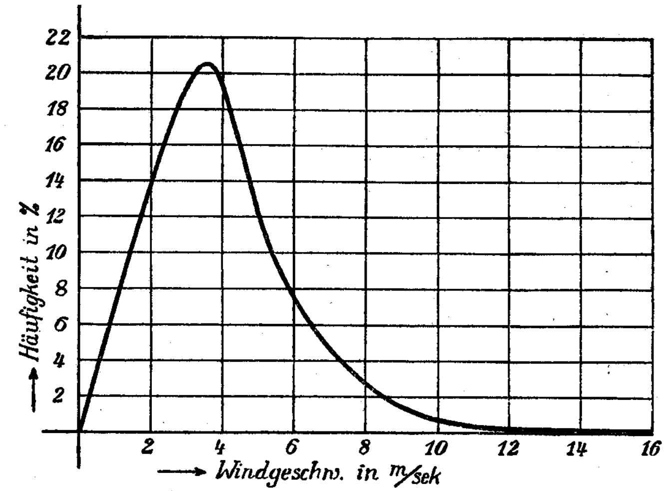

Abb. 1. Häufigkeit der verschiedenen Windgeschwindigkeiten in Berlin. Beispiel: Für die Windgeschwindigkeit 6 *m/sek* lesen wir aus dem Diagramm eine Häufigkeit von rund 8 % ab. Dies bedeutet, daß in Berlin im Jahresdurchschnitt unter 100 Stunden 8 Stunden sind, in denen eine Windgeschwindigkeit zwischen $5^1/_2$ und $6^1/_2$ *m/sek* herrscht. In gleicher Weise lesen wir ab, daß unter 100 Stunden 14 Stunden sind, in denen eine Windgeschwindigkeit zwischen $1^1/_2$ *m/sek* und $2^1/_2$ *m/sek* herrscht.

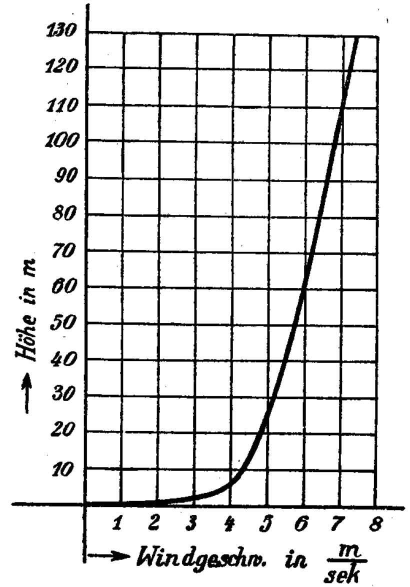

Abb. 2. Zunahme der Windgeschwindigkeit mit der Höhe.

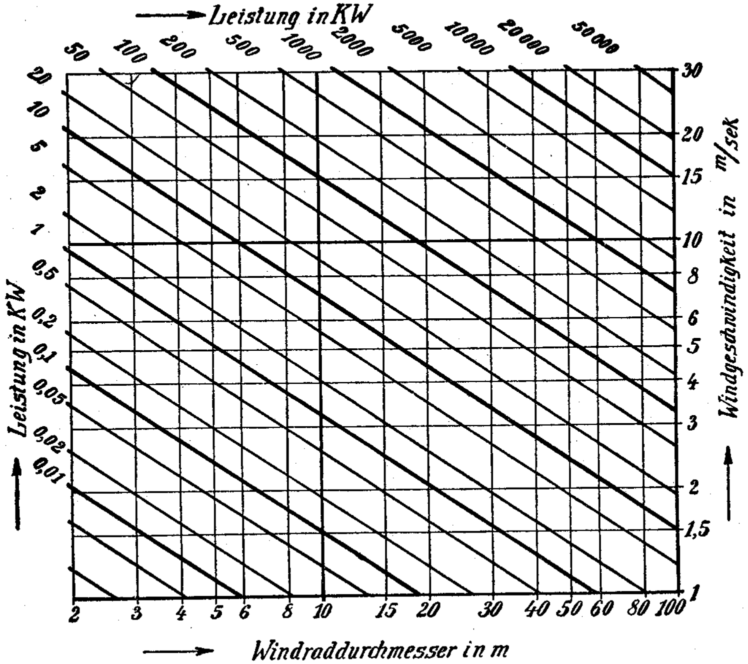

Abb. 10. Maximale theoretische Windradleistung in *KW* für verschiedene Windraddurchmesser und Windgeschwindigkeiten; vergl. auch Tabelle 3.
Beispiel: Ein Windrad von 10 *m* Durchmesser bei 5 *m/sek* Wind. Man suche auf der Skala unten die lotrechte Gerade auf, welche 10 *m* Durchmesser entspricht und auf der Skala rechts die wagerechte Gerade für 5 *m/sek* Windgeschwindigkeit. Der Schnittpunkt dieser beiden Geraden liegt zwischen 2 schrägen Geraden, welche 2 bezw. 5 *KW* entsprechen (Skala links und oben). Demnach liegt die gesuchte maximale theoretische Leistung zwischen 2 und 5 *KW* und aus der Entfernung des Schnittpunktes von den beiden Geraden kann man die Leistung zu etwa $3^1/_2$ *KW* abschätzen. Die Teilung ist nicht gleichmäßig, sondern wird für höhere Werte enger (logarithmische Teilung wie z. B. auch auf einem Rechenschieber).

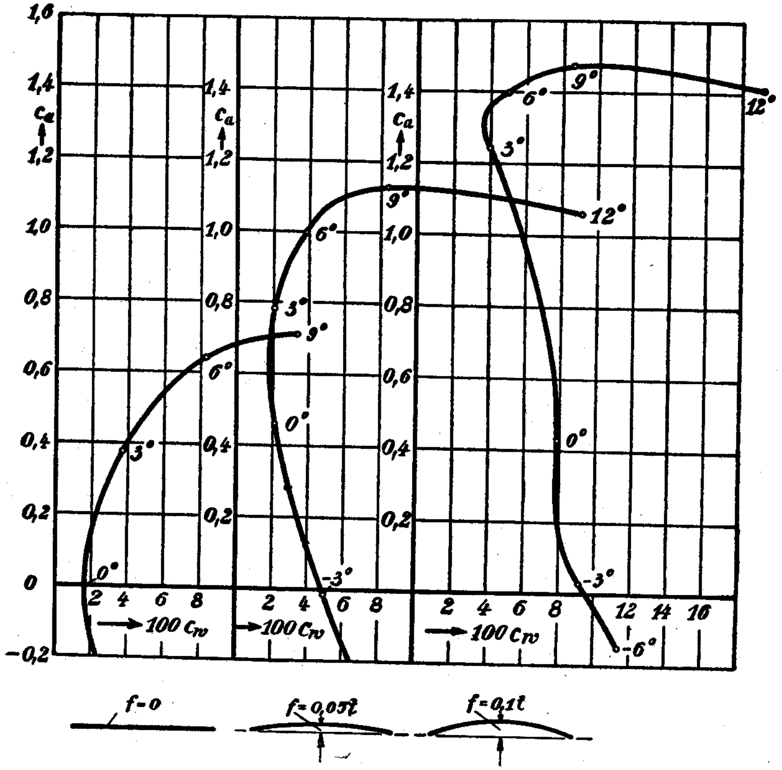

Abb. 16. Abb. 17. Abb. 18.

Auftriebs- und Widerstandsziffern von ebenen und gewölbten Flächen.

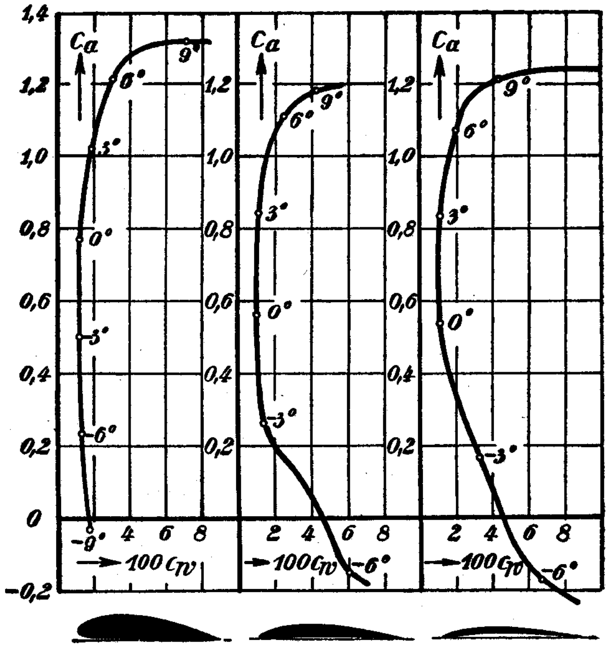

Abb. 19. Abb. 20. Abb. 21.

Auftriebs- und Widerstandsziffern von Tragflügelprofilen.

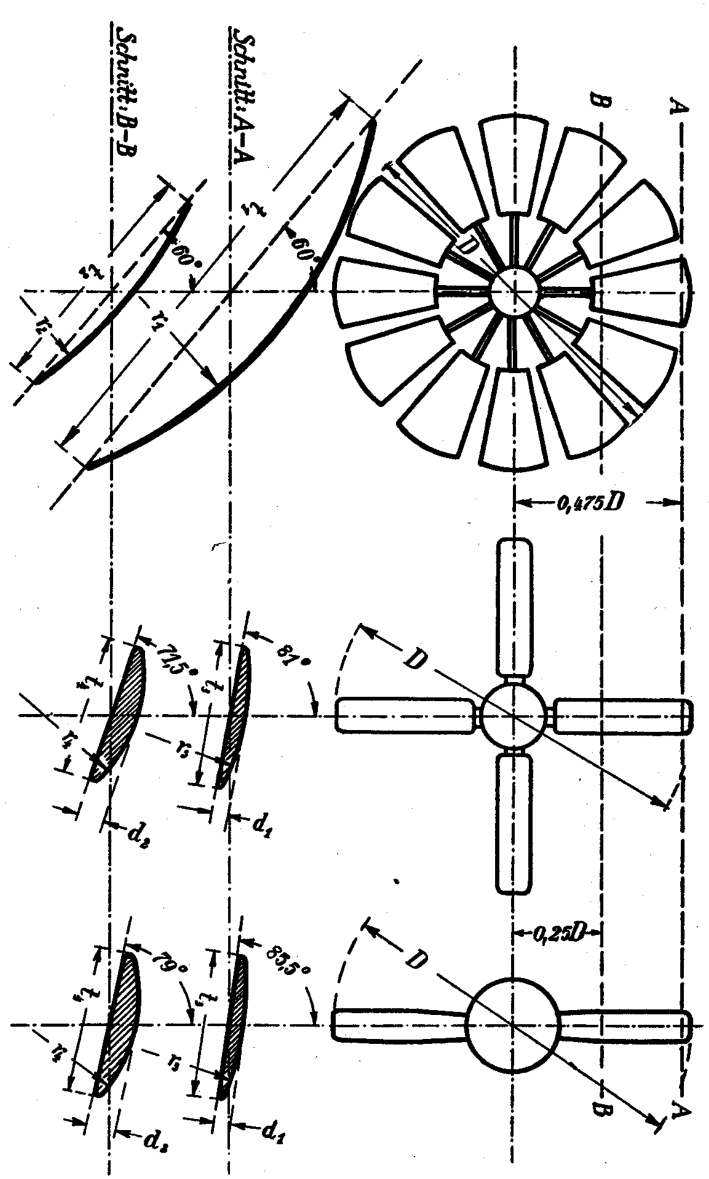

Abb. 31. 3 von Eiffel untersuchte Windradmodelle. t_1 = 0,254 D, t_2 = 0,136 D, t_3 = 0,083 D, t_4 = 0,083 D, d_1 = 0,0078 D, d_2 = 0,0138 D, r_1 = 0,26 D, r_2 = 0,26 D, r_3 = 0,165 D, r_4 = 0,08 D,

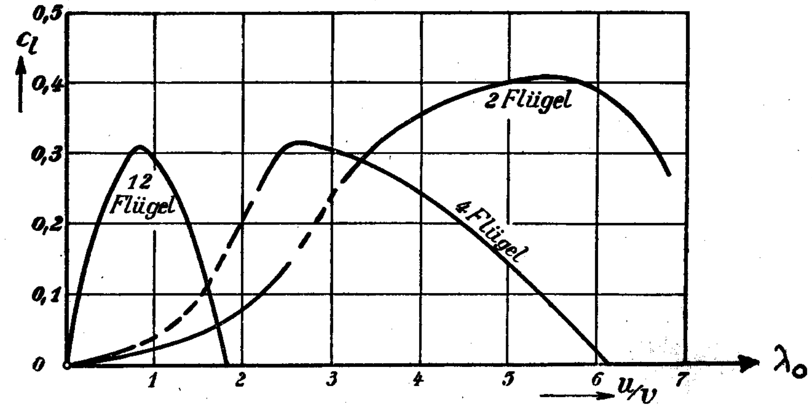

Abb. 32. Leistungsziffern der 3 Windradmodelle.

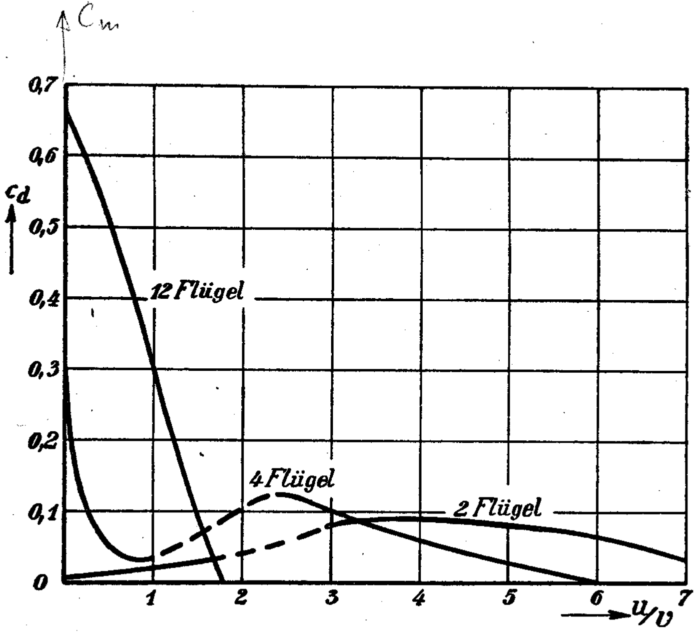

Abb. 33. Drehmomentziffern der 3 Windradmodelle.

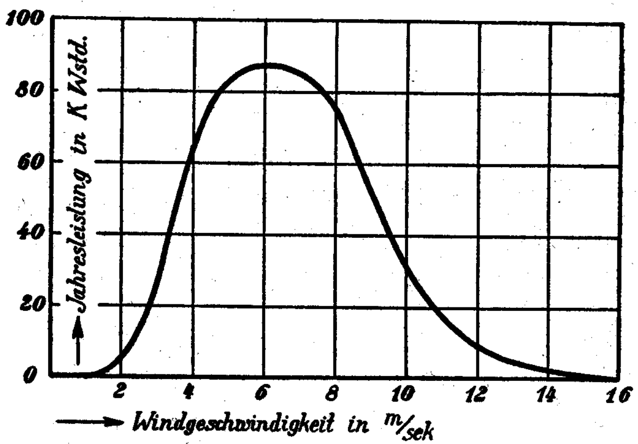

Abb. 34. Verteilung der Jahresleistung der Windenergie auf die einzelnen Windgeschwindigkeiten. Beispiel: Für die Windgeschwindigkeit 4 *m/sek* finden wir aus dem Diagramm 63 *KWst.* Das bedeutet. Wenn wir nur den Wind rechnen, dessen Geschwindigkeit zwischen $3^1/_2$ und $4^1/_2$ *m/sek* liegt, so fließt durch ein m^2 Querschnitt im Jahr eine Energie von 63 *KWst.* Ein Windrad mit einer Leistungsziffer c_1 kann daraus $c_1 \cdot 63$ *KWst.* gewinnen.